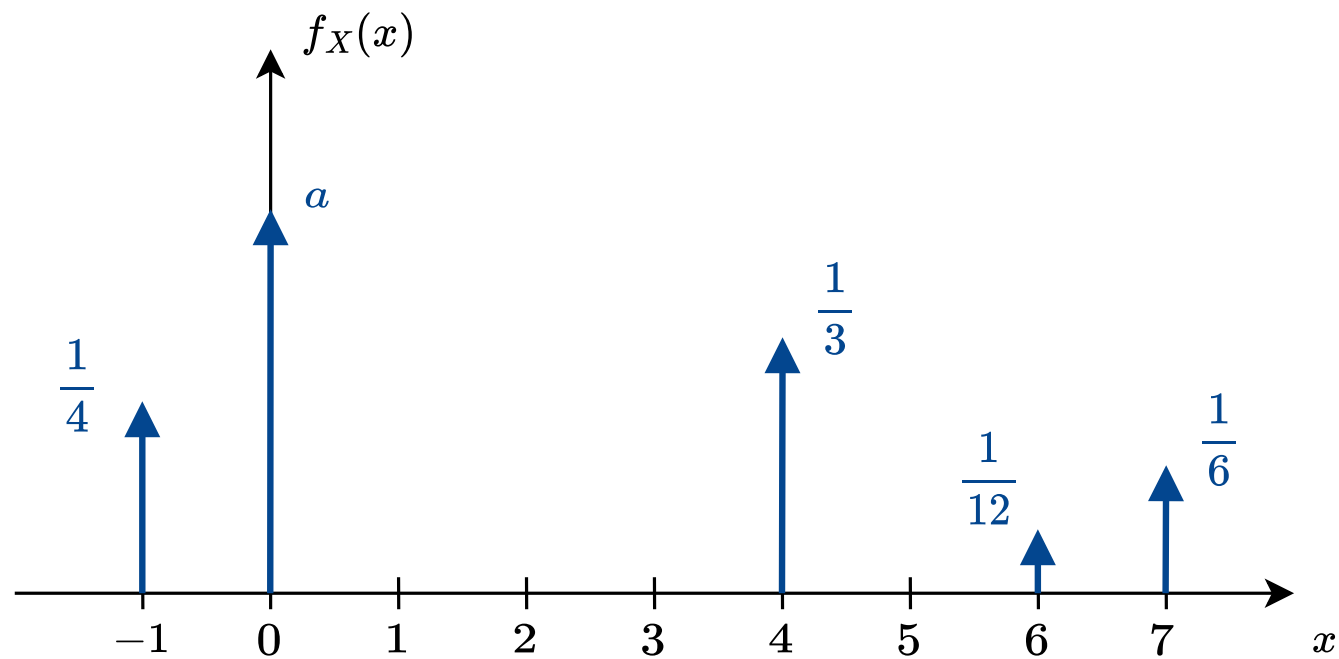


Übungsaufgaben

Stochastik in der Signalverarbeitung

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

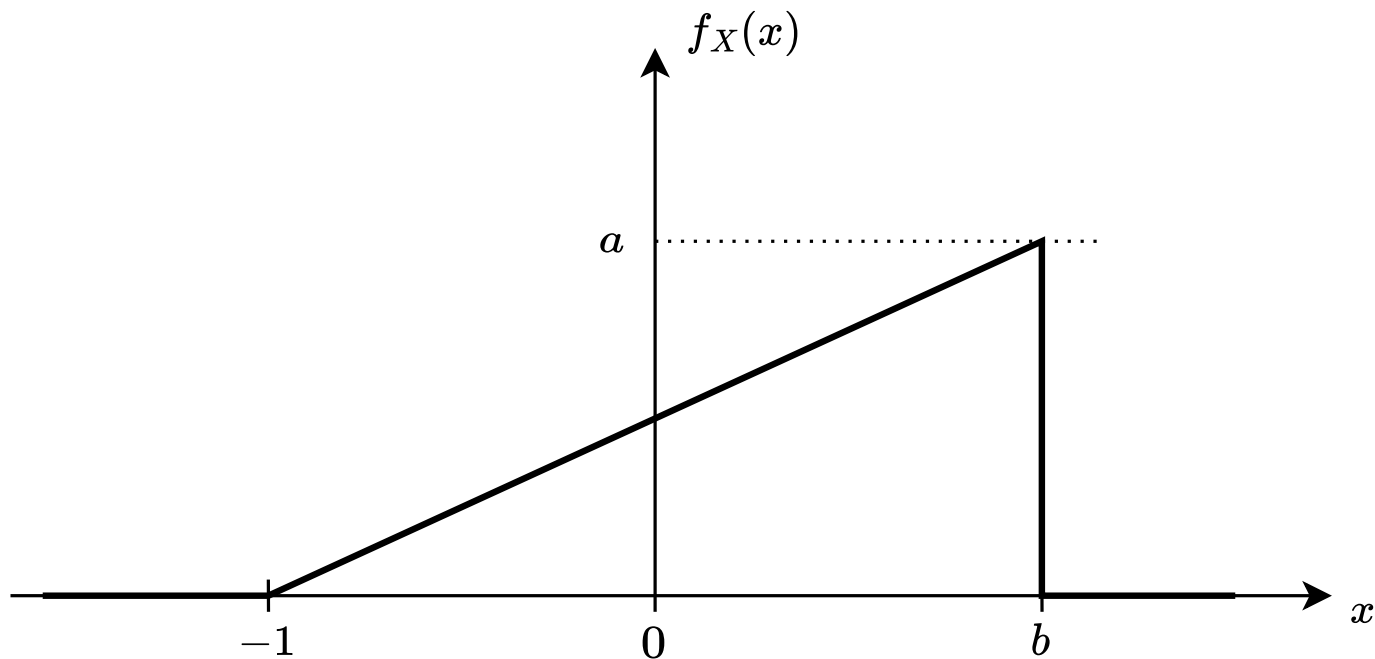
1. Wie groß muss a sein, damit $f_X(x)$ eine gültige Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist?
2. Berechnen Sie den Erwartungswert von X .
3. Berechnen Sie die Varianz von X .



Erwartungswert und Varianz

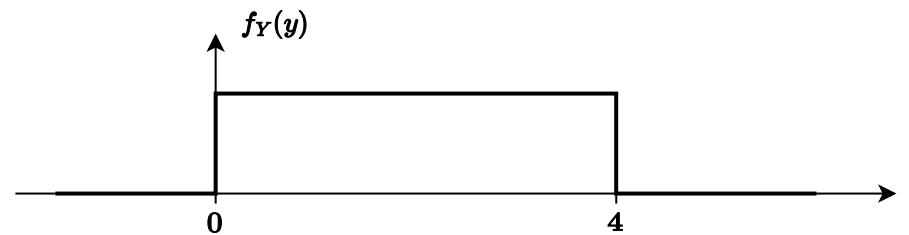
Gegeben ist eine mittelwertfreie Zufallsvariable X mit folgender Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_X(x)$.

1. Berechnen Sie die Parameter a und b .
2. Berechnen Sie die Varianz von X .



Addition von Zufallsvariablen

Gegeben ist eine diskrete Zufallsvariable X mit den beiden Werten ± 1 . Die Auftretswahrscheinlichkeit von $+1$ ist doppelt so groß wie die von -1 . Zusätzlich ist die kontinuierliche Zufallsvariable Y gegeben.



Aus den Zufallsvariablen X und Y wird die neue Zufallsvariable

$$Z = X + Y$$

gebildet.

1. Skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_X(x)$.
2. Skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_Z(z)$.
3. Berechnen Sie Mittelwert μ_Z und Varianz σ_Z^2 der Zufallsvariable Z .

Abbildung von Zufallsvariablen I

Gegeben ist eine Zufallsvariable X mit folgender Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion. Diese Zufallsvariable wird mittels der Kennlinie $y = g(x)$ abgebildet.

1. Wie groß ist der Wert a ?
2. Geben Sie eine mathematische Beschreibung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.
3. Geben Sie eine mathematische Beschreibung der Funktion $g(x)$.

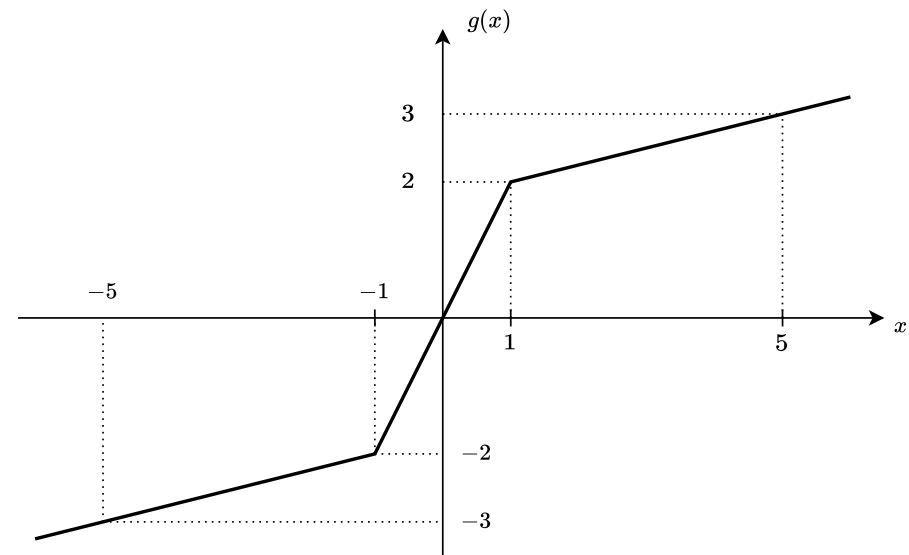
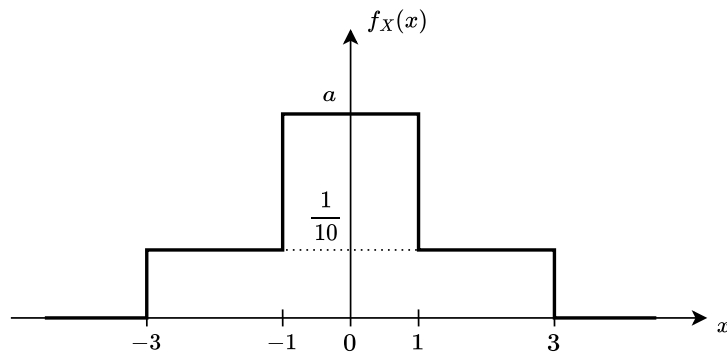


Abbildung von Zufallsvariablen II

Gegeben ist eine Zufallsvariable X mit folgender Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion. Diese Zufallsvariable wird mittels der Kennlinie $y = g(x)$ abgebildet.

4. Berechnen Sie die WDF $f_Y(y)$
5. Kontrollieren Sie, ob $f_Y(y)$ eine gültige WDF ist.

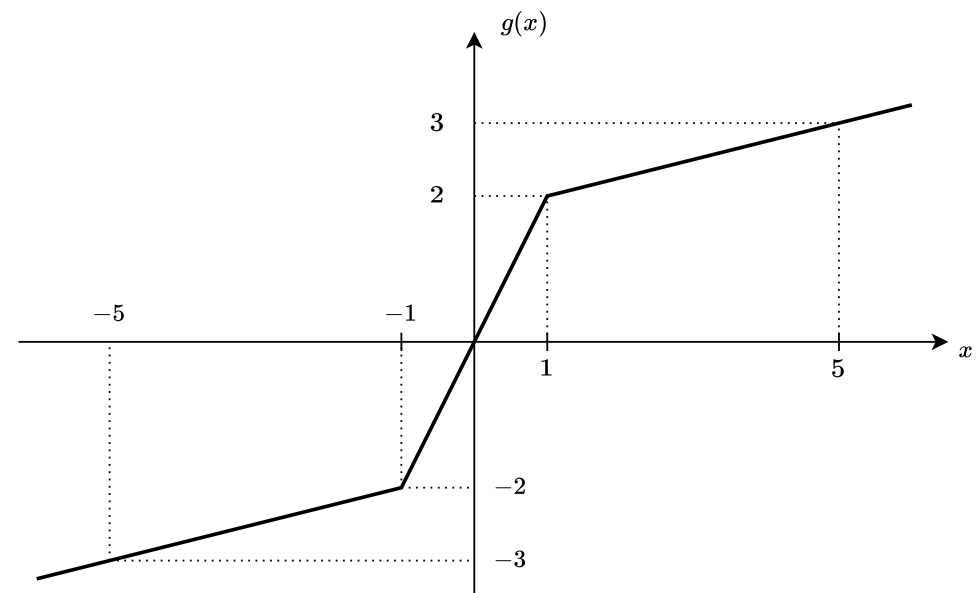
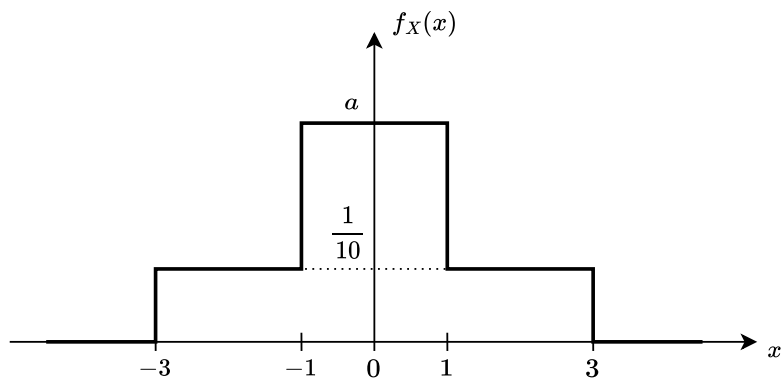


Abbildung von Zufallsvariablen III

Nun wird folgende Abbildungsfunktion betrachtet

$$g(x) = \sqrt[3]{x}$$

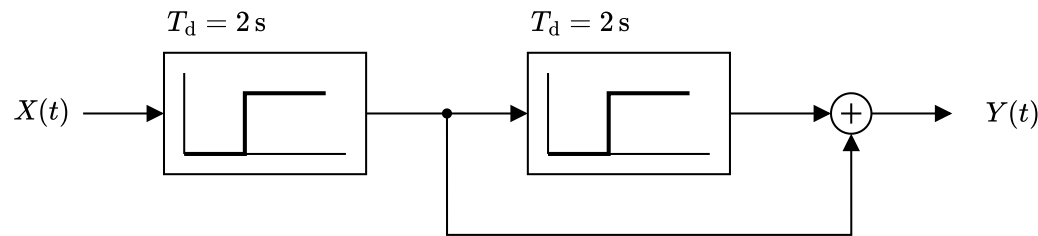
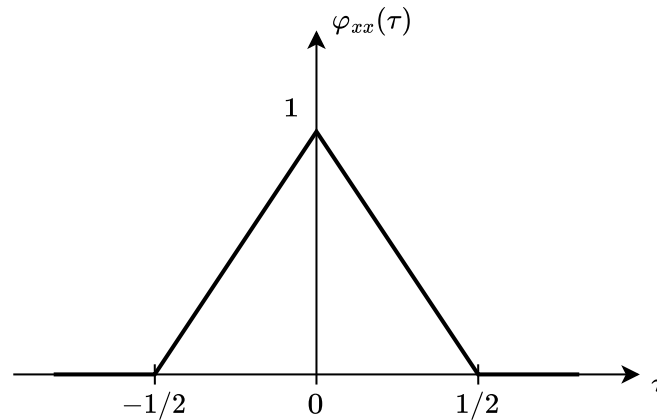
6. Berechnen Sie nun die WDF $f_Y(y)$.
7. Skizzieren Sie $f_Y(y)$.
8. Kontrollieren Sie ob $f_Y(y)$ eine gültige WDF ist.

Korrelationsfunktionen

Signalverarbeitung von Zufallsprozessen

Gegeben ist ein (zumindest) schwach stationärer Zufallsprozess $X(t)$ mit bekannter AKF $\varphi_{xx}(\tau)$. Dieser Zufallsprozess wird über eine Signalverarbeitungsstrecke auf den Prozess $Y(t)$ abgebildet. Berechnen Sie folgende Korrelationsfunktionen:

- $\varphi_{xy}(\tau)$
- $\varphi_{yx}(\tau)$
- $\varphi_{yy}(\tau)$



Verarbeitung eines weißen Rauschprozesses

Gegeben ist ein weißer Rauschprozess $X(t)$ mit Rauschleistungsdichte $X_0 = 2$. Berechnen Sie die folgenden Korrelationsfunktionen:

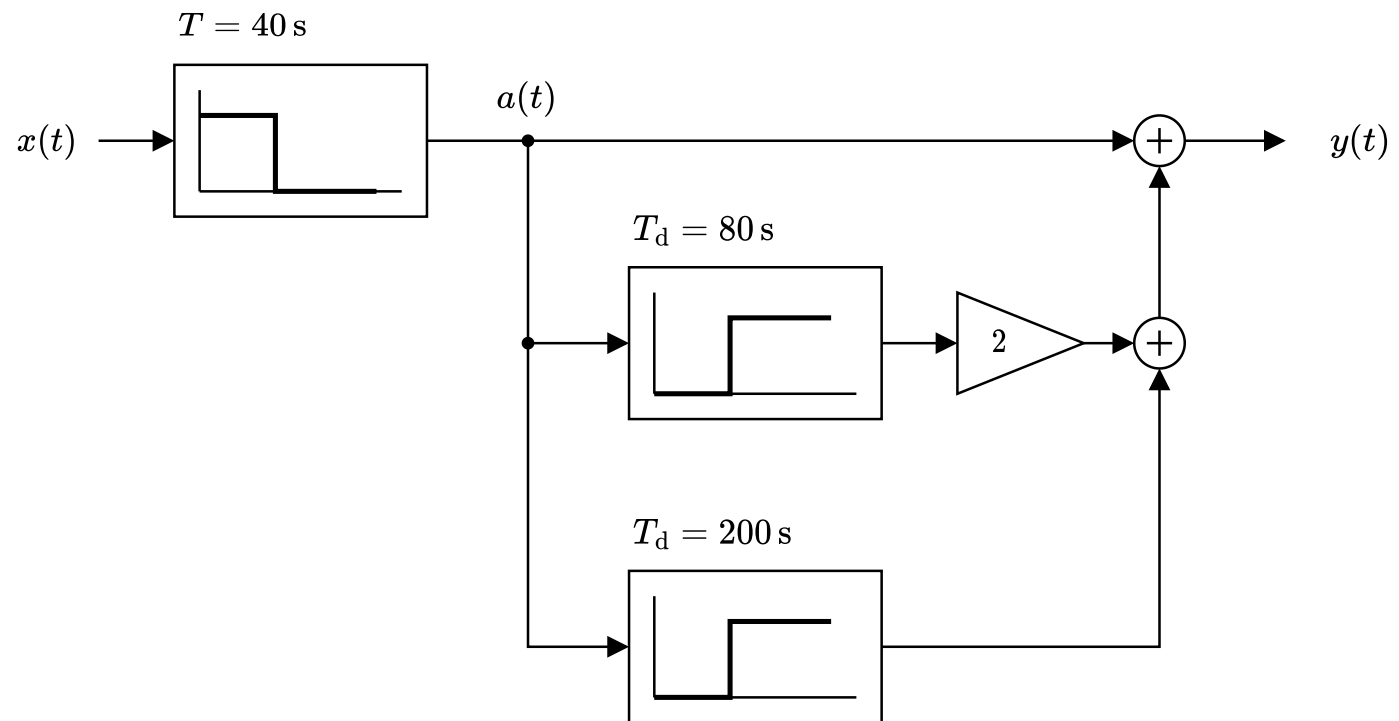
- $\varphi_{xx}(\tau)$

- $\varphi_{aa}(\tau)$

- $\varphi_{ay}(\tau)$

- $\varphi_{yy}(\tau)$

- $\varphi_{yx}(\tau)$



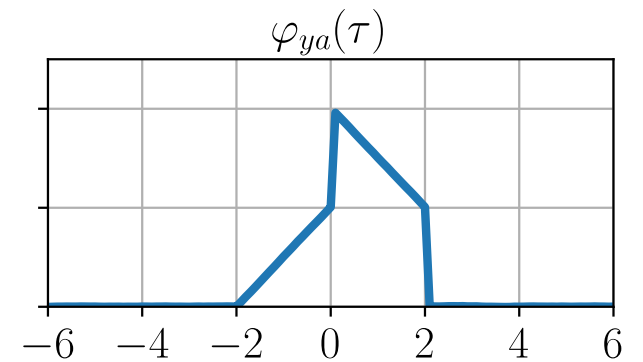
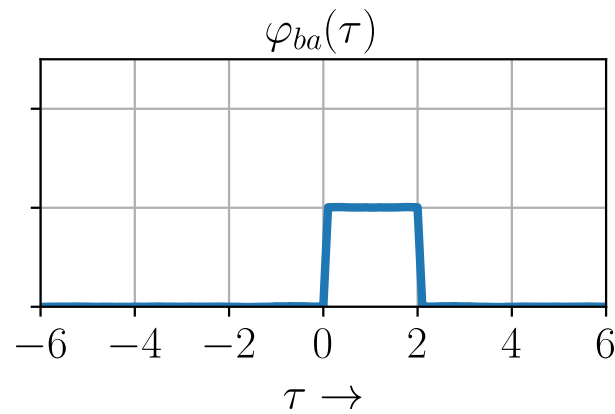
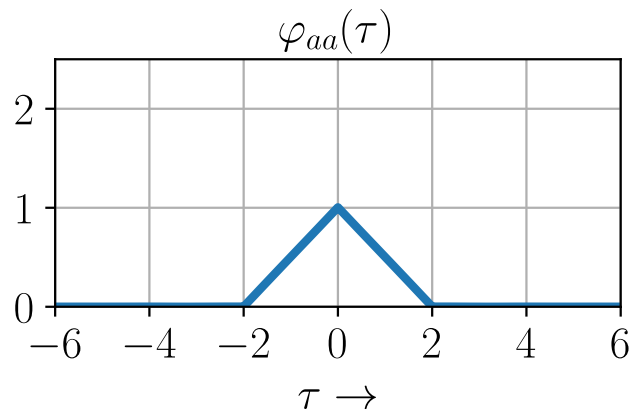
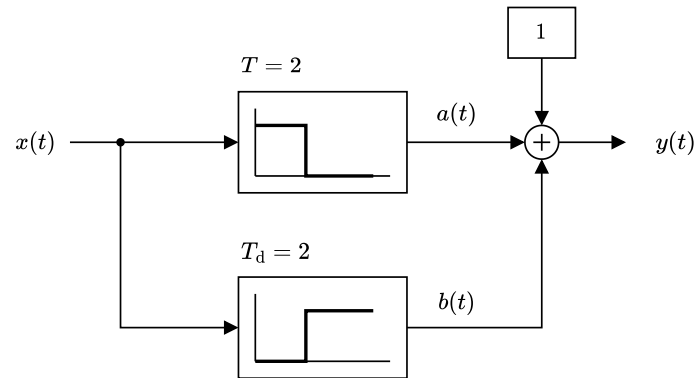
Korrelationsfunktionen und Leistungsdichtespektrum I

Verifizieren Sie die drei Korrelationsfunktionen ($X(t)$ mittelwertfrei, weiß, gleichverteilt mit $X_0 = 2$)

- $\varphi_{aa}(\tau)$

- $\varphi_{ba}(\tau)$

- $\varphi_{ya}(\tau)$



Korrelationsfunktionen und Leistungsdichtespektrum II

Skizzieren Sie die Leistungsdichtespektren ($X(t)$ mittelwertfrei, weiß, gleichverteilt mit $X_0 = 2$)

- $\Phi_{aa}(f)$

- $\Phi_{ba}(f)$

