Symbolische Modellierung mit Matlab

Symbolic Math Toolbox

Aufgabenstellung bei vielen Modellierungsbeispielen:

- Zusammenstellen verschiedener physikalischer Zusammenhänge
- Umformung von algebraischen Gleichungen und/oder Differentialgleichungen

Matlab und Simulink sind numerische Tools und können *keine* Gleichungen umformen

Abhilfe: *Symbolic Math Toolbox* in Matlab

Erstellen symbolischer Objekte

Erzeugen einer symbolischen Variable `x`

```
>> x = sym('x')

x =

x

>> whos
  Name       Size                Bytes  Class                          Attributes

  x          1x1                     8  sym
```

Erstellen einer oder mehrerer symbolischer Variablen

```
>> syms x y z;
```

Arbeiten mit Funktionen

Definition einer Funktion

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{x^2 + 2x + 3}$$

```
>> syms x
>> f(x) = sin(x)/(x^2 + 2*x + 3);
```

Schönere Darstellung des Ergebnisses mittels `pretty()`

```
>> pretty(f(x))
   sin(x)
------------
 2
x  + 2 x + 3
```

Ausrechnen von Funktionswerten

```
>> x = 1
>> f(x)

ans =

sin(1)/6

>> double(f(x))

ans =

    0.1402
```

Substitution einzelner Variablen

```
>> subs(f(x), x, a^2)

ans =

sin(a^2)/(a^4 + 2*a^2 + 3)

>> subs(f(x), x, asin(x))

ans =

x/(2*asin(x) + asin(x)^2 + 3)
```

Symbolisches Rechnen mit konkreten Zahlen

```
>> ein_zehntel = sym(1/10)

ans =

1/10

>> 2*ein_zehntel

ans =

1/5
```

Rechnen mit beliebiger Genauigkeit: VPA Objekte (*variable precision arithmetic*)

```
>> vpa('123/456', 20)

ans =

0.26973684210526315789

>> vpa(pi, 50)

ans =

3.1415926535897932384626433832795028841971693993751

>> vpa(str2sym('exp(3)'))

ans =

20.085536923187667740928529654582
```

Analytische Berechnen eines Integrals I

Berechnung der Stammfunktion von

$$f(x) = x^2 + 2x + 3$$

```
>> sym x;
>> f(x) = x^2 + 2*x+3;
>> F = int(f(x));
>> pretty(F)
    2
x (x  + 3 x + 9)
----------------
        3
```

Berechnung von Grenzwerte

$$\lim_{x\to 0+} \frac{1}{x} \to +\infty \qquad \lim_{x\to 0-} \frac{1}{x} \to -\infty \qquad \lim_{x\to\infty} \frac{3x+2}{x-4} = 3$$

```
>> limit(1/x, x, 0, 'right')
ans =
Inf

>> limit(f, x, 0, 'left')
ans =
-Inf

>> limit((3*x+2)/(x-4), x, inf)
ans =
3
```

Analytische Berechnung der Ableitung

$$f(x) = x^2 + x + 1 \qquad f'(x) = 2x + 1$$

```
>> diff(x^2+x+1, x)
ans =
2*x + 1
```

$$f(x) = \sin(a \cdot x) \qquad f'(x) = a \cdot \cos(a \cdot x)$$

```
>> diff(sin(a*x), x)
ans =
a*cos(a*x)
```

Analytische Berechnen eines Integrals II

Berechnung des bestimmten Integrals

$$I = \int_a^b x^2 + 2x + 3 \, \mathrm{d}x$$

```
>> I = int(f(x), x, a, b);
>> pretty(I)
   3                3
  a     2          b     2
- -- - a  - 3 a + -- + b  + 3 b
   3                3
```

Analytisches Lösen eines (linearen) Gleichungssystems I

Lösung eines linearen Gleichungssystems über die Definition von Gleichungen

$$
\begin{aligned}
3 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 &= 7 \\
4 \cdot x_1 - 12 \cdot x_2 &= 8
\end{aligned}
$$

```
>> gln = [3*x1 + 4*x2 == 7, 4*x1 - 12*x2 == 8];
>> solve(gln, x1, x2)
ans =
  struct with fields:
    x1: 29/13
    x2: 1/13
```

Analytisches Lösen eines (linearen) Gleichungssystems II

Lösung eines linearen Gleichungssystems über die Matrixdarstellung

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$$

```
>> [A, b] = equationsToMatrix(gln)
A =
[3,   4]
[4, -12]

b =
7
8

>> linsolve(A, b)
ans =
29/13
 1/13
```

Aufgabe XXII

1. Berechnen Sie die Fourier-Transformierten zu den Zeitfunktionen

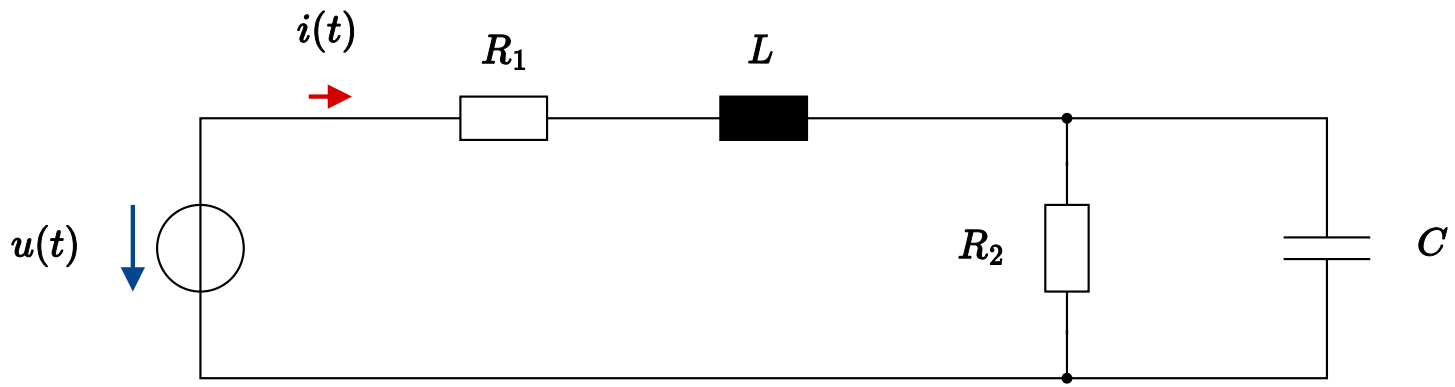
   - $x(t) = \sigma(t) \cdot \mathrm{e}^{-a \cdot t}$

   - $y(t) = \sigma(t) \cdot \mathrm{e}^{-a \cdot t} \cdot \sin(2\pi f_0 t + \varphi)$

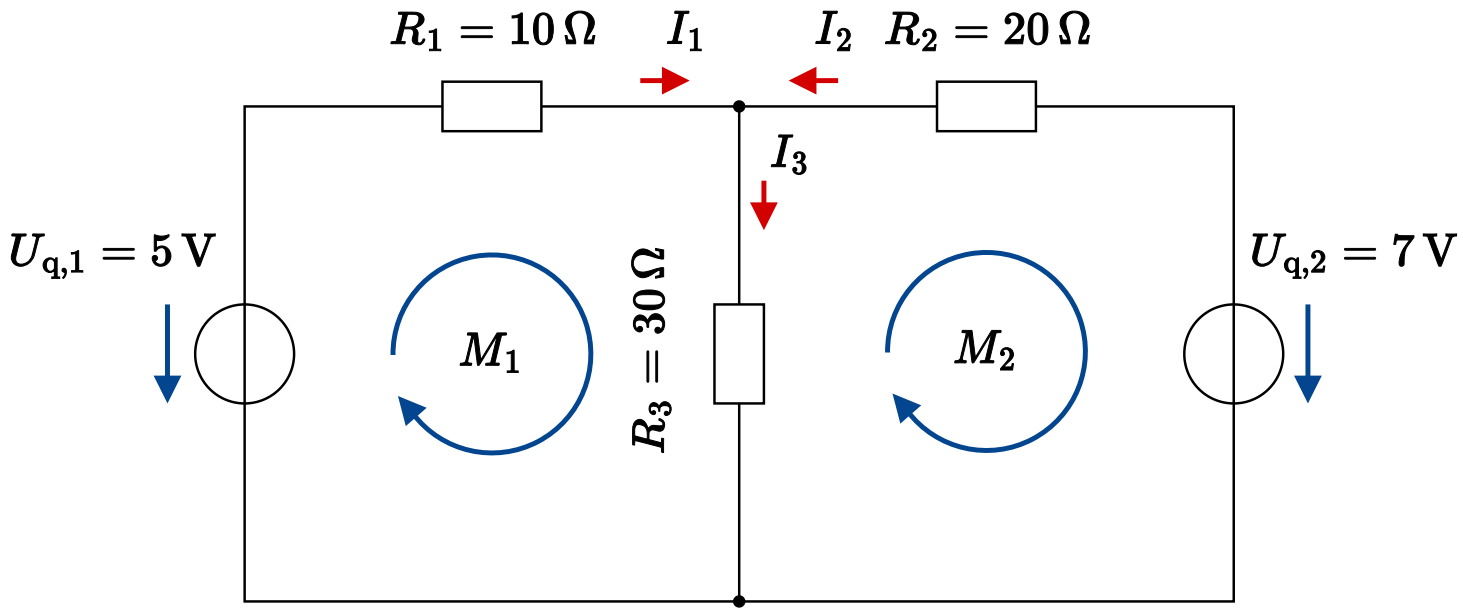
2. Bestimmen Sie die 289. Nachkommastelle der Kreiszahl π

3. Bei welcher Frequenz gibt die Quelle $u(t)$ die maximale Wirkleistung ab. Wie groß ist diese Leistung?

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot 1\,\mathrm{V} \cos(\omega t) \qquad R_1 = 10\,\Omega \qquad R_2 = 100\,\Omega \qquad L = 10\,\mathrm{mH} \qquad C = 1\,\mathrm{mF}$$



Aufgabe XXIII

Berechnen Sie für folgendes Netzwerk den Strom I_3. Gehen Sie dabei folgendermaßen vor:

- Erstellen Sie symbolische Variablen für alle Bauteilwerte und die drei unbekannten Ströme.
- Stellen Sie die drei Kirchhoff'schen Gleichungen auf und lösen Sie diese symbolisch.
- Setzen Sie in die Lösung für den Strom I_3 die Bauteilwerte ein.