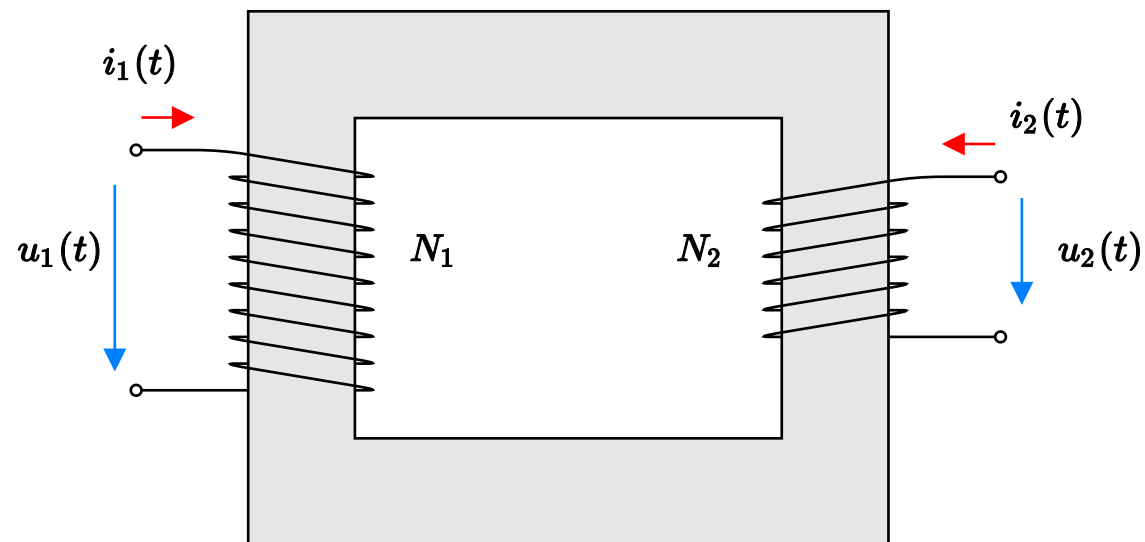


# Der Transformator

# Aufbau eines Übertragers

Gegeben: Geschlossener Eisenkern mit zwei Spulenwicklungen (Anzahl Windungen  $N_1$  und  $N_2$ )



Durch den Eisenkern sind beide Induktivitäten miteinander verkoppelt (siehe *Gegeninduktivität*):

$$u_1(t) = N_1 \cdot \frac{d}{dt} \Phi_{11}(t) + N_1 \cdot \frac{d}{dt} \Phi_{12}(t)$$

$$u_2(t) = N_2 \cdot \frac{d}{dt} \Phi_{22}(t) + N_2 \cdot \frac{d}{dt} \Phi_{21}(t)$$

## Übersetzungsverhältnis der Spannungen beim idealen Übertrager

Beim idealen Übertrager fließt der gleiche Fluss durch beide Wicklungen, d.h.

$$\Phi_{11}(t) + \Phi_{12}(t) = \Phi_{22}(t) + \Phi_{21}(t) = \Phi(t)$$

Somit ergibt sich für die Spannungen an den Spulenklemmen

$$u_1(t) = N_1 \cdot \frac{d}{dt} \Phi(t)$$

$$u_2(t) = N_2 \cdot \frac{d}{dt} \Phi(t)$$

Aus diesen beiden Gleichungen ergibt sich ein Zusammenhang zwischen den Spannungen

$$u_1(t) = N_1 \cdot \frac{d}{dt} \Phi(t) = N_1 \cdot \frac{u_2(t)}{N_2} = \frac{N_1}{N_2} \cdot u_2(t) \quad \Rightarrow \quad \frac{u_1(t)}{u_2(t)} = \frac{N_1}{N_2}$$

# Übersetzungsverhältnis der Ströme beim idealen Übertrager

Die Durchflutung der Anordnung beträgt

$$\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 = N_1 \cdot i_1(t) + N_2 \cdot i_2(t) = R_m \cdot \Phi$$

Idealer Übertrager: Permeabilität  $\mu_r \rightarrow \infty$ , womit der magnetische Widerstand des Eisenkernes  $R_m = 0$  ist.

Damit gilt für das Übersetzungsverhältnis des Stromes

$$N_1 \cdot i_1(t) + N_2 \cdot i_2(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{i_1(t)}{i_2(t)} = -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{\ddot{u}}$$

Das Übersetzungsverhältnis der Ströme lässt sich auch aus der Leistungsbilanz ermitteln:

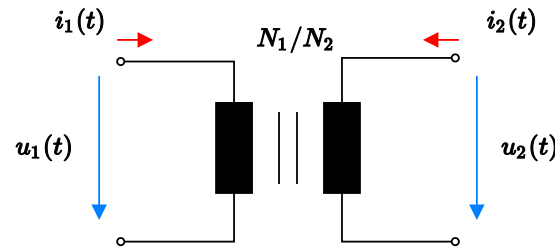
$$p_1(t) + p_2(t) = 0$$

$$u_1(t) \cdot i_1(t) + u_2(t) \cdot i_2(t) = 0$$

Damit ergibt sich als Zusammenhang für die Ströme in beiden Spulen

$$\frac{u_1(t)}{u_2(t)} = -\frac{i_2(t)}{i_1(t)} = \frac{N_1}{N_2}$$

## Schaltbild des idealen Übertragers



Übersetzungsverhältnis von Spannungen und Strömen

$$\frac{u_1(t)}{u_2(t)} = \frac{N_1}{N_2} \quad \frac{i_1(t)}{i_2(t)} = -\frac{N_2}{N_1}$$

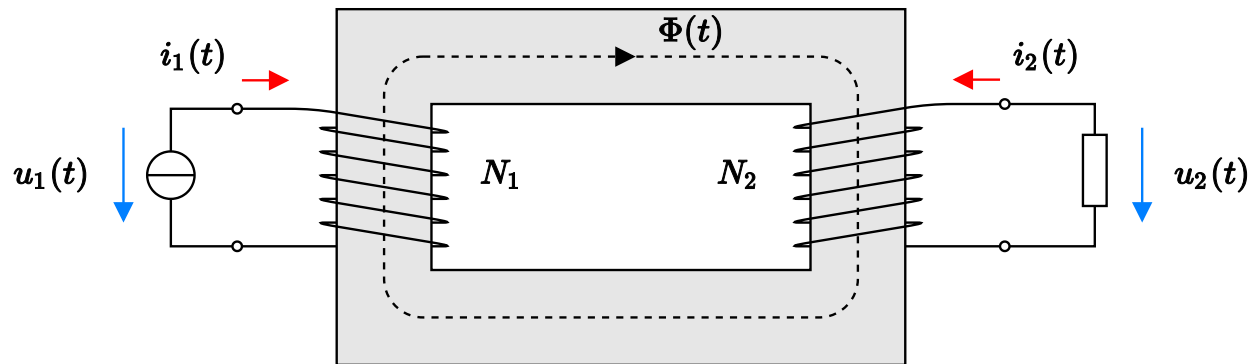
Linke Seite: *Primärseite* (häufig Hochspannungsseite)

Rechte Seite: *Sekundärseite* (häufig Niederspannungsseite)

*Anmerkung: Für das Übersetzungsverhältnis gibt es kein einheitliches Formelzeichen. In der deutschsprachigen Literatur wird häufig ein  $\ddot{u}$  verwendet. Andere übliche Bezeichnungen sind z.B.  $k$ ,  $\alpha$  oder auch  $\gamma$ . Teilweise wird auch nur das Übersetzungsverhältnis  $N_1/N_2$  verwendet.*

## Berücksichtigung des Wicklungssinnes

Beschaltung des Eingangsbeispiels mit Spannungsquelle auf Primärseite und Widerstand auf Sekundärseite



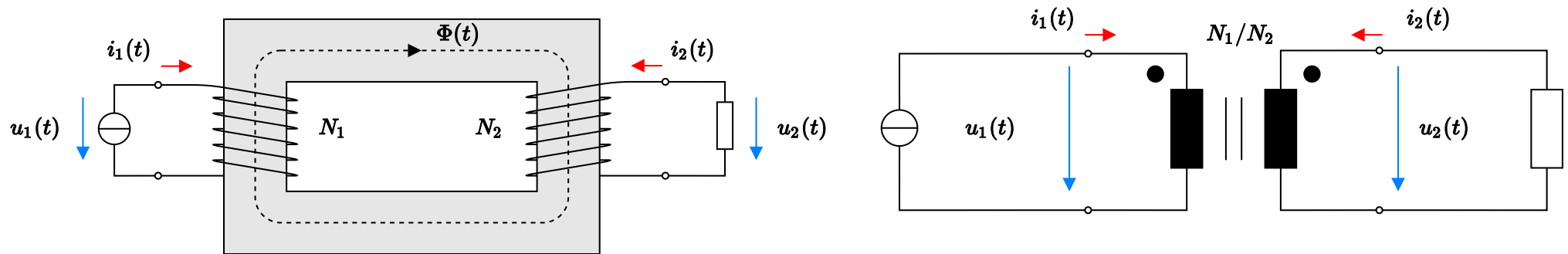
Das Vorzeichen der Spannungen und Ströme des Übertragers hängt vom *Wicklungssinn* der Windungen ab:

- Aufgrund des Wicklungssinnes auf der Primärseite ergibt sich magnetischer Fluss  $\Phi(t)$  im Ringkern
- Nach der Lenz'schen Regel wird auf der Sekundärseite eine Spannung induziert deren resultierender Strom einen Fluss erzeugt, der dem ursprünglichen Flusses entgegenwirkt.

Hier: Strom  $i_2(t) < 0$  analog zum Übersetzungsverhältnis:  $i_2(t) = -\frac{N_1}{N_2} \cdot i_1(t)$

## Berücksichtigung des Wicklungssinnes - Punktconvention

Im Schaltbild wird der Wicklungssinn durch einen Punkt gekennzeichnet:

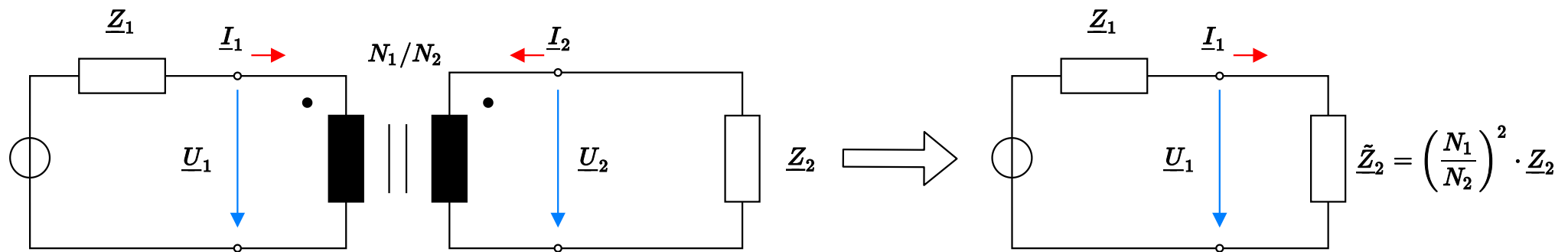


Der Punkt kennzeichnet die Seite des Übertragers an denen die Spannungen die gleiche Polarität aufweisen.

*Hier:* Punkte am Übertrager kennzeichnen die gleiche Polarität der Spannungen auf Primär- und Sekundärseite. Nach Wicklungssinn erzeugt Strom  $i_2(t)$  positive Spannung.

# Transformation von Impedanzen

Betrachtung eines Transformators mittels komplexer Zeiger



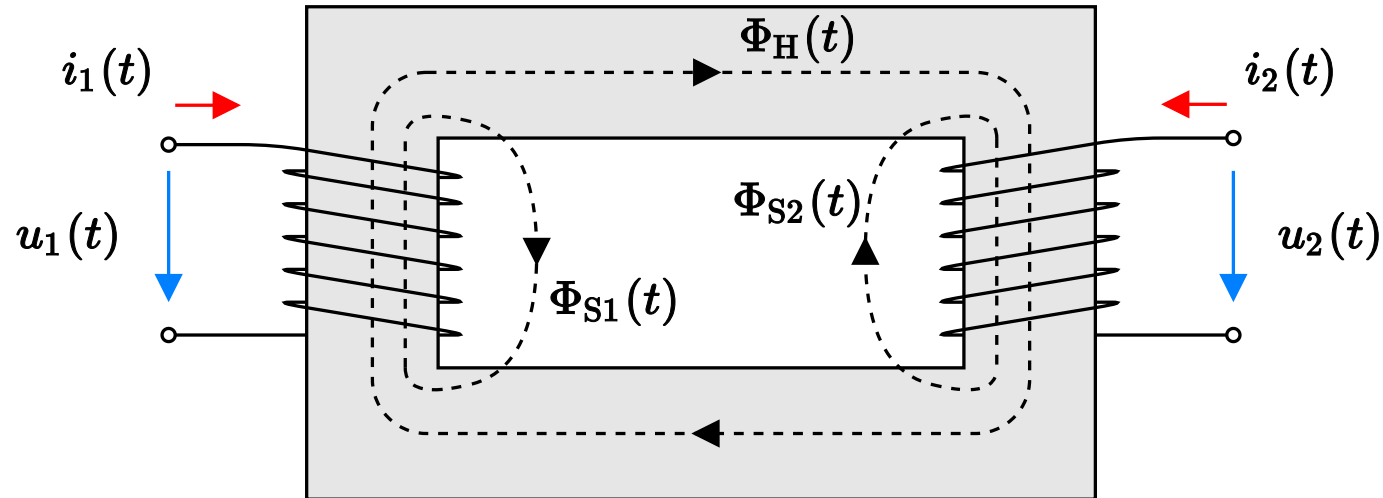
Für das Verhältnis aus Spannung und Strom auf der Primärseite gilt:

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{\frac{N_1}{N_2} \cdot \underline{U}_2}{-\frac{N_2}{N_1} \cdot \underline{I}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot \frac{\underline{U}_2}{-\underline{I}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot \underline{Z} = \tilde{\underline{Z}}$$

Somit lässt sich eine Impedanz von der Sekundär- auf die Primärseite transformieren

- Impedanz wird mit quadratischem Übersetzungsverhältnis transformiert
- Transformieren von Primär- auf Sekundärseite ist analog möglich

## Parasitäre Effekte des realen Transformators

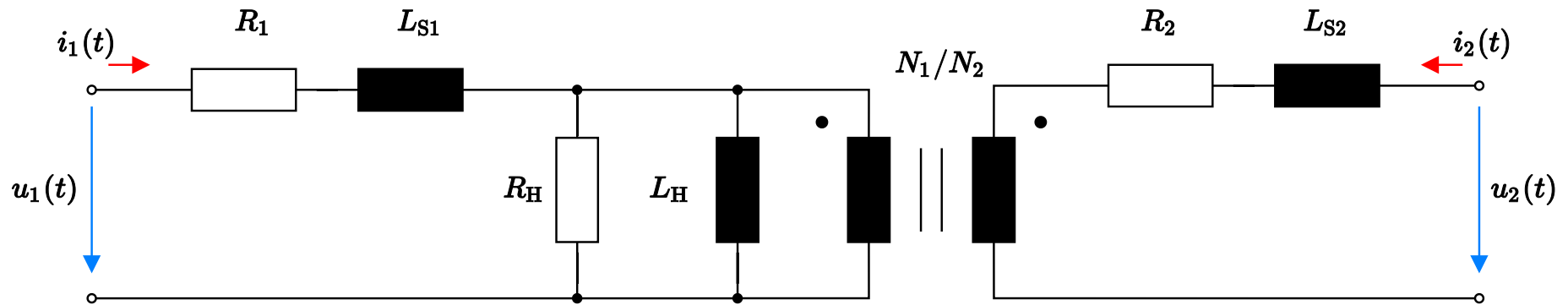


### Parasitäre Effekte des realen Transformators

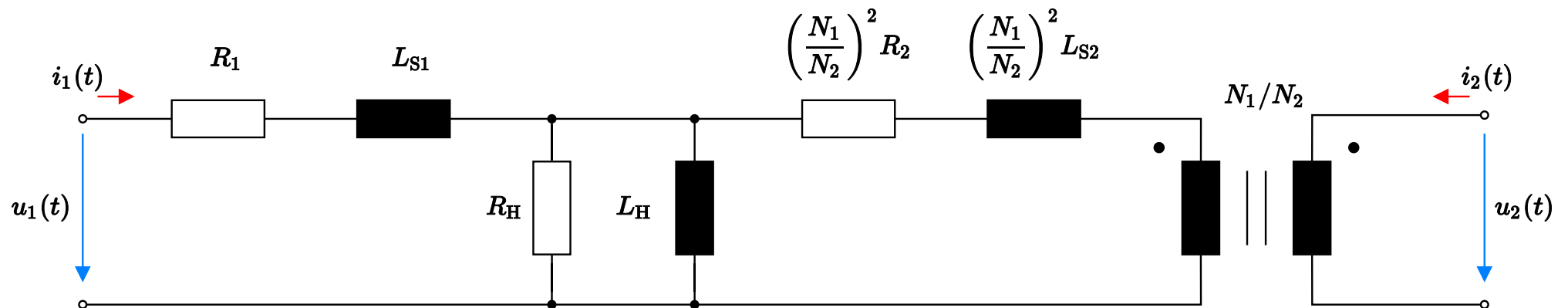
- Permeabilität des Eisenkernes ist nicht unendlich hoch, d.h. Hauptinduktivität  $L_H$  ist zu berücksichtigen
- Streuflüsse auf Primär- und Sekundärseite führen zu Streuinduktivitäten  $L_{S1}$  und  $L_{S2}$
- Ohm'sche Verluste an den Wicklungen der Primär- und Sekundärseite ( $R_1$  und  $R_2$ )
- Umschaltverluste des Eisenkernes ( $R_H$ )

# Ersatzschaltbilder des realen Transformators

Damit ergibt sich das Ersatzschaltbild des realen Transformators



Häufig werden die parasitären Elemente der Sekundärseite auf die Primärseite transformiert



## Referenzen

- [1] G. Hagmann, *Grundlagen der Elektrotechnik*, Aula Verlag.
- [2] A.R. Hambley, *Electrical Engineering - Principles and Applications*, Pearson Prentice Hall.
- [3] R. Kories, H. Schmidt-Walter, *Taschenbuch der Elektrotechnik*, Verlag Harri Deutsch.
- [4] R. Pregla, *Grundlagen der Elektrotechnik*, Hüthig Verlag.