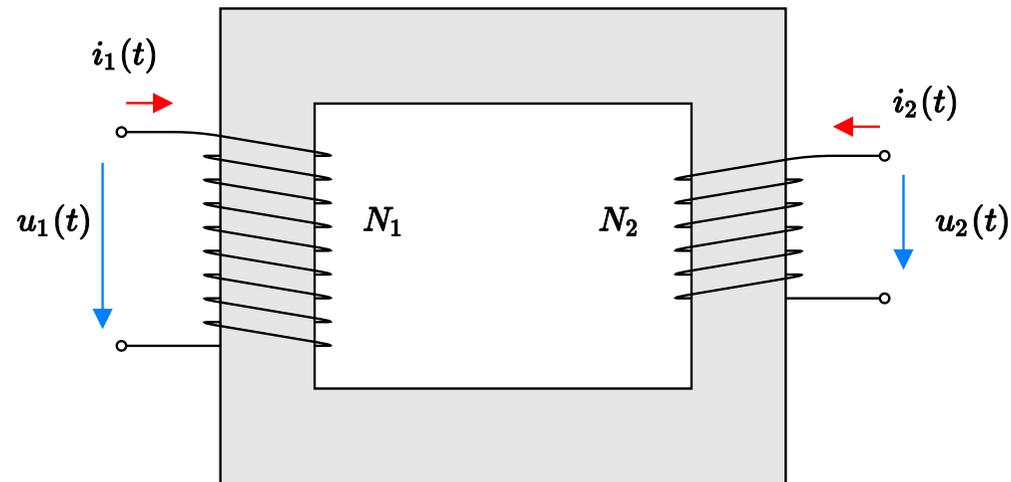


Der Transformator

Aufbau eines Übertragers

Gegeben: Geschlossener Eisenkern mit zwei Spulenwicklungen (Anzahl Windungen N_1 und N_2)



Durch den Eisenkern sind beide Induktivitäten miteinander verkoppelt (siehe *Gegeninduktivität*):

$$u_1(t) = N_1 \cdot \frac{d}{dt} \Phi_{11}(t) + N_1 \cdot \frac{d}{dt} \Phi_{12}(t)$$

$$u_2(t) = N_2 \cdot \frac{d}{dt} \Phi_{22}(t) + N_2 \cdot \frac{d}{dt} \Phi_{21}(t)$$

Übersetzungsverhältnis der Spannungen beim idealen Übertrager

Beim idealen Übertrager fließt der gleiche Fluss durch beide Wicklungen, d.h.

$$\Phi_{11}(t) + \Phi_{12}(t) = \Phi_{22}(t) + \Phi_{21}(t) = \Phi(t)$$

Somit ergibt sich für die Spannungen an den Spulenklemmen

$$u_1(t) = N_1 \cdot \frac{d}{dt} \Phi(t)$$

$$u_2(t) = N_2 \cdot \frac{d}{dt} \Phi(t)$$

Aus diesen beiden Gleichungen ergibt sich ein Zusammenhang zwischen den Spannungen

$$u_1(t) = N_1 \cdot \frac{d}{dt} \Phi(t) = N_1 \cdot \frac{u_2(t)}{N_2} = \frac{N_1}{N_2} \cdot u_2(t) \quad \Rightarrow \quad \frac{u_1(t)}{u_2(t)} = \frac{N_1}{N_2}$$

Übersetzungsverhältnis der Ströme beim idealen Übertrager

Die Durchflutung der Anordnung beträgt

$$\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 = N_1 \cdot i_1(t) + N_2 \cdot i_2(t) = R_m \cdot \Phi$$

Idealer Übertrager: Permeabilität $\mu_r \rightarrow \infty$, womit der magnetische Widerstand des Eisenkernes $R_m = 0$ ist.

Damit gilt für das Übersetzungsverhältnis des Stromes

$$N_1 \cdot i_1(t) + N_2 \cdot i_2(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{i_1(t)}{i_2(t)} = -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{\ddot{u}}$$

Das Übersetzungsverhältnis der Ströme lässt sich auch aus der Leistungsbilanz ermitteln:

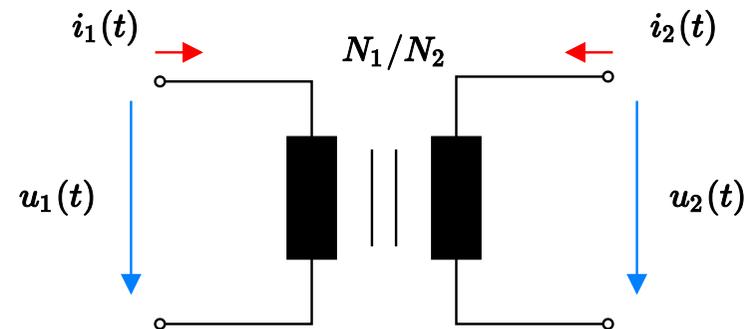
$$p_1(t) + p_2(t) = 0$$

$$u_1(t) \cdot i_1(t) + u_2(t) \cdot i_2(t) = 0$$

Damit ergibt sich als Zusammenhang für die Ströme in beiden Spulen

$$\frac{u_1(t)}{u_2(t)} = -\frac{i_2(t)}{i_1(t)} = \frac{N_1}{N_2}$$

Schaltbild des idealen Übertragers



Übersetzungsverhältnis von Spannungen und Strömen

$$\frac{u_1(t)}{u_2(t)} = \frac{N_1}{N_2} \quad \frac{i_1(t)}{i_2(t)} = -\frac{N_2}{N_1}$$

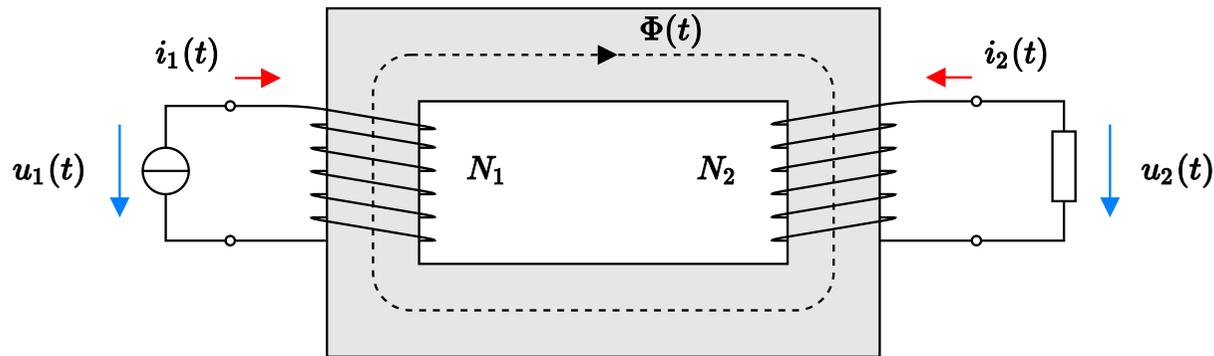
Linke Seite: *Primärseite* (häufig Hochspannungsseite)

Rechte Seite: *Sekundärseite* (häufig Niederspannungsseite)

Anmerkung: Für das Übersetzungsverhältnis gibt es kein einheitliches Formelzeichen. In der deutschsprachigen Literatur wird häufig ein \ddot{u} verwendet. Andere übliche Bezeichnungen sind z.B. k , a oder auch γ . Teilweise wird auch nur das Übersetzungsverhältnis N_1/N_2 verwendet.

Berücksichtigung des Wicklungssinnes

Beschaltung des Eingangsbeispiels mit Spannungsquelle auf Primärseite und Widerstand auf Sekundärseite



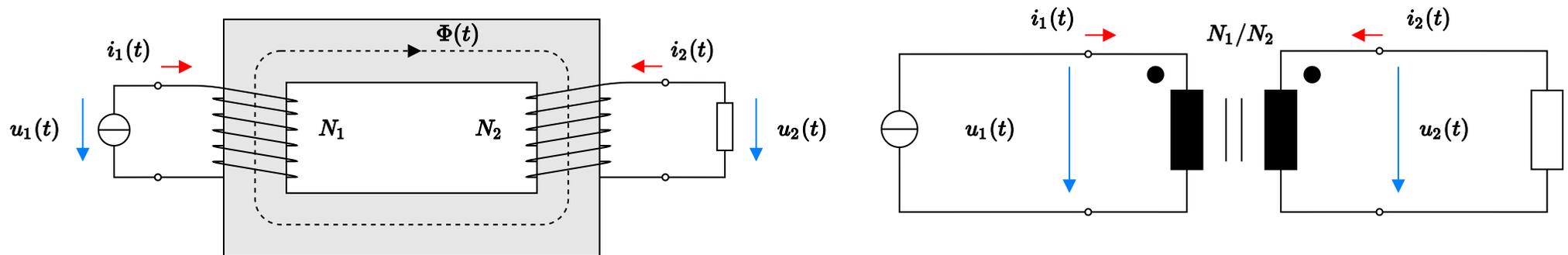
Das Vorzeichen der Spannungen und Ströme des Übertragers hängt vom *Wicklungssinn* der Windungen ab:

- Aufgrund des Wicklungssinnes auf der Primärseite ergibt sich magnetischer Fluss $\Phi(t)$ im Ringkern
- Nach der Lenz'schen Regel wird auf der Sekundärseite eine Spannung induziert deren resultierender Strom einen Fluss erzeugt, der dem ursprünglichen Flusses entgegenwirkt.

Hier: Strom $i_2(t) < 0$ analog zum Übersetzungsverhältnis: $i_2(t) = -\frac{N_1}{N_2} \cdot i_1(t)$

Berücksichtigung des Wicklungssinnes - Punktconvention

Im Schaltbild wird der Wicklungssinn durch einen Punkt gekennzeichnet:

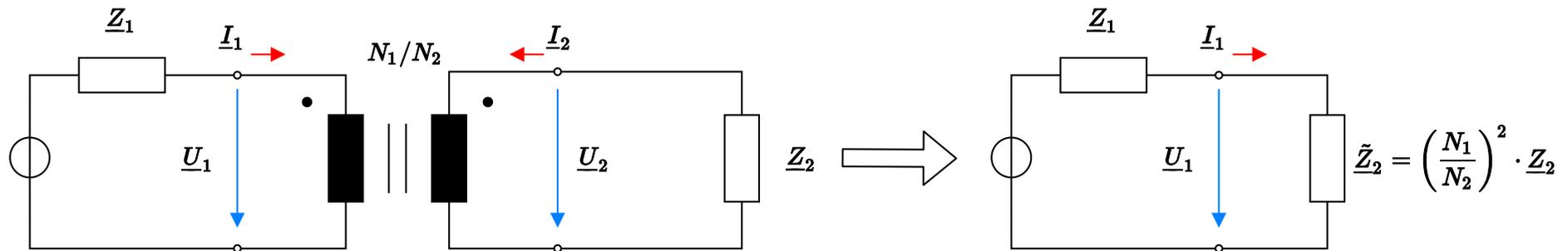


Der Punkt kennzeichnet die Seite des Übertragers an denen die Spannungen die gleiche Polarität aufweisen.

Hier: Punkte am Übertrager kennzeichnen die gleiche Polarität der Spannungen auf Primär- und Sekundärseite.
Nach Wicklungssinn erzeugt Strom $i_2(t)$ positive Spannung.

Transformation von Impedanzen

Betrachtung eines Transformators mittels komplexer Zeiger



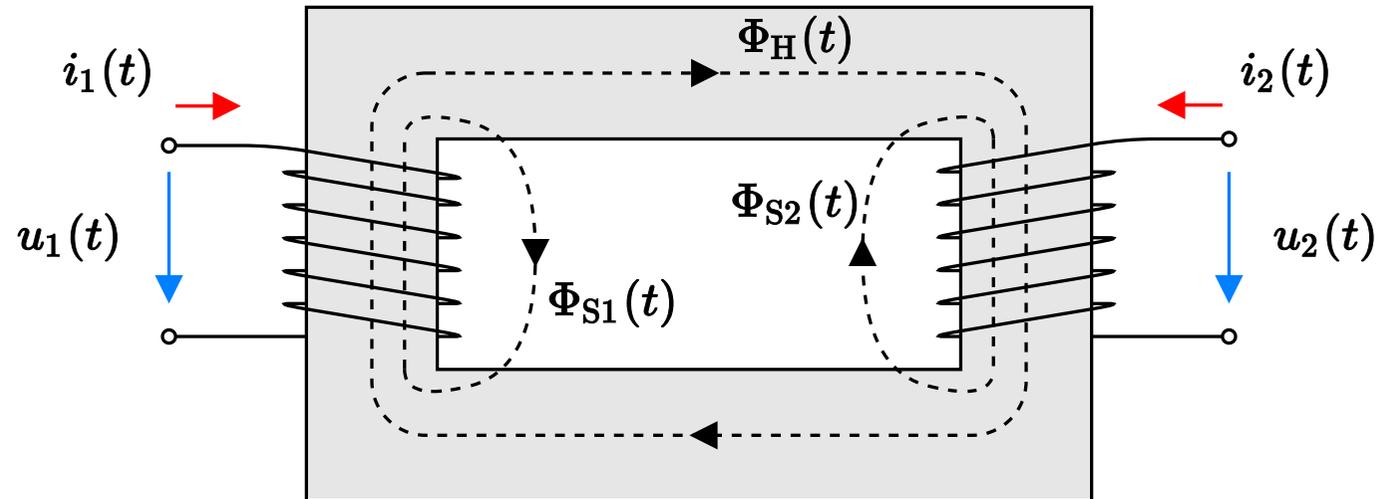
Für das Verhältnis aus Spannung und Strom auf der Primärseite gilt:

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{\frac{N_1}{N_2} \cdot \underline{U}_2}{-\frac{N_2}{N_1} \cdot \underline{I}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot \frac{\underline{U}_2}{-\underline{I}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot \underline{Z} = \underline{\tilde{Z}}$$

Somit lässt sich eine Impedanz von der Sekundär- auf die Primärseite transformieren

- Impedanz wird mit quadratischem Übersetzungsverhältnis transformiert
- Transformieren von Primär- auf Sekundärseite ist analog möglich

Parasitäre Effekte des realen Transformators

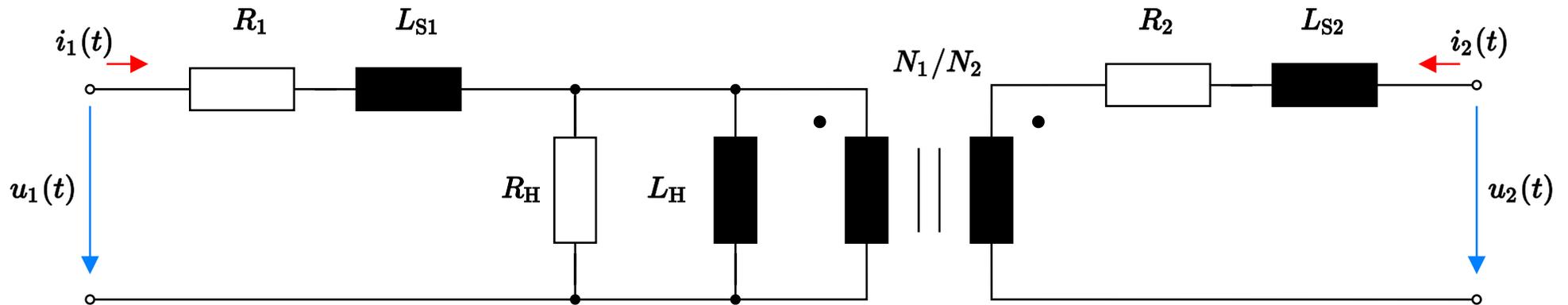


Parasitäre Effekte des realen Transformators

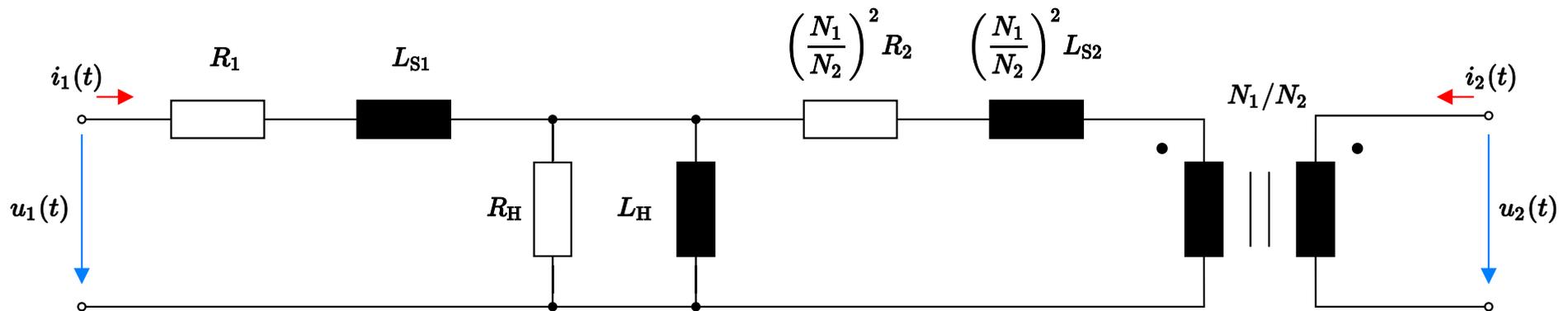
- Permeabilität des Eisenkernes ist nicht unendlich hoch, d.h. Hauptinduktivität L_H ist zu berücksichtigen
- Streuflüsse auf Primär- und Sekundärseite führen zu Streuinduktivitäten L_{S1} und L_{S2}
- Ohm'sche Verluste an den Wicklungen der Primär- und Sekundärseite (R_1 und R_2)
- Umschaltverluste des Eisenkernes (R_H)

Ersatzschaltbilder des realen Transformators

Damit ergibt sich das Ersatzschaltbild des realen Transformators



Häufig werden die parasitären Elemente der Sekundärseite auf die Primärseite transformiert



Referenzen

- [1] A. R. Hambley, *Electrical Engineering - Principles and Applications*, Pearson Education Inc.
- [2] J. Schlabbach U. Naundorf D. Metz, *Kleine Formelsammlung Elektrotechnik*, Fachbuchverlag Leipzig.
- [3] G. Hagmann, *Grundlagen der Elektrotechnik*, Aula Verlag.
- [4] R. Pregla, *Grundlagen der Elektrotechnik*, Hüthig Verlag.