

Pragmatische Netzwerkanalyse

— *Taktiken zur Berechnung elektrischer Netzwerke* —

Taktiken zur Netzwerkanalyse

Bekannte Taktiken zur Netzwerkanalyse

- Ohmsche Gesetz
- Kirchhoff'sche Gesetze
 - Knotensatz
 - Maschensatz
- Zusammenfassen von
 - Reihenschaltung (Serienschaltung) von Widerständen
 - Parallelschaltung von Widerständen
 - Stern-Dreieck Transformation
- Spannungs- und Stromteiler

Systematischer Ansatz vs pragmatischer Ansatz

Systematische Netzwerkanalyse

- Gegeben: Alle Widerstände und alle Spannungs-/Stromquellen
- Gesucht: Sämtliche Ströme und Spannungen an allen Netzwerkkomponenten
- Einsatz bei computergestützten Netzwerkanalyse- oder Simulationswerkzeugen

Pragmatische Netzwerkanalyse

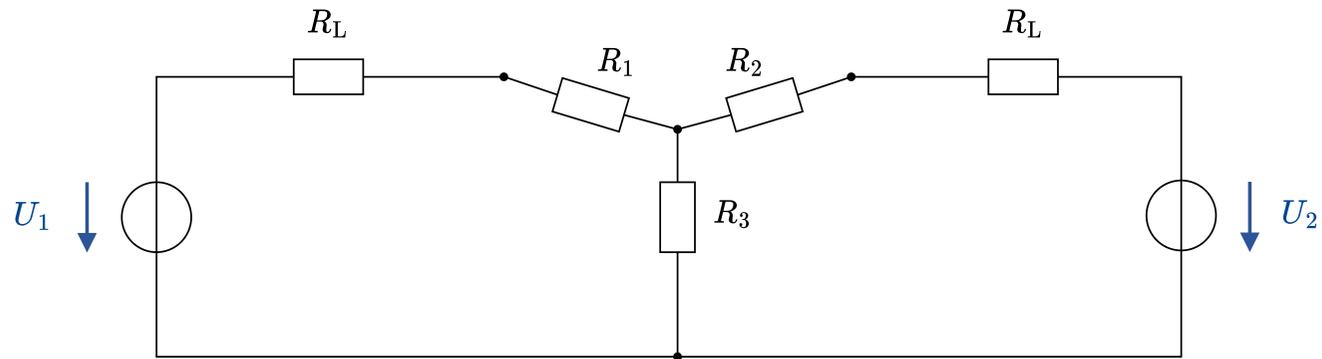
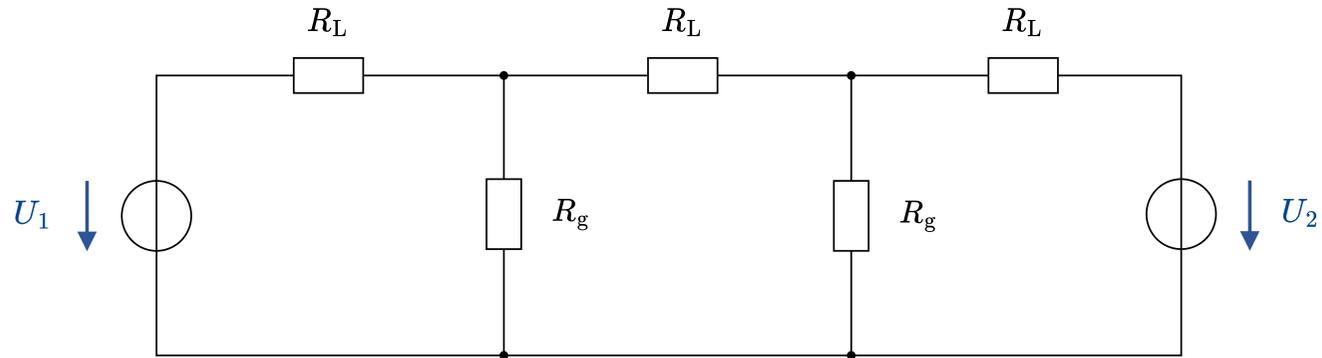
- Gezieltes Berechnen einer Netzwerkgröße, wie z.B.
 - Berechnen eines Stromes bzw. einer Spannung
 - Dimensionierung eines Widerstandes
 - etc.
- Analytische Betrachtung von Netzwerken (Analyse des grundsätzlichen Verhaltens)

Weitere Taktiken zur Netzwerkanalyse

- Zusammenfassen bekannter Netzwerkelemente
 - Serien- und Parallelschaltung von Widerständen
 - Stern-Dreieck Transformation
 - Entflechten von Netzwerken
 - Verbinden von Knoten gleichen Potentials
- Überlagerungsmethode
- Aktive-Zweipol-Methode
 - Anwendung der Überlagerungsmethode
 - Sukzessives Zusammenfassen von linearen Ersatzquellen

Vereinfachung von Netzwerkkomponenten

Beispiel: Zwei Spannungsquellen an einem Kettenleiter I

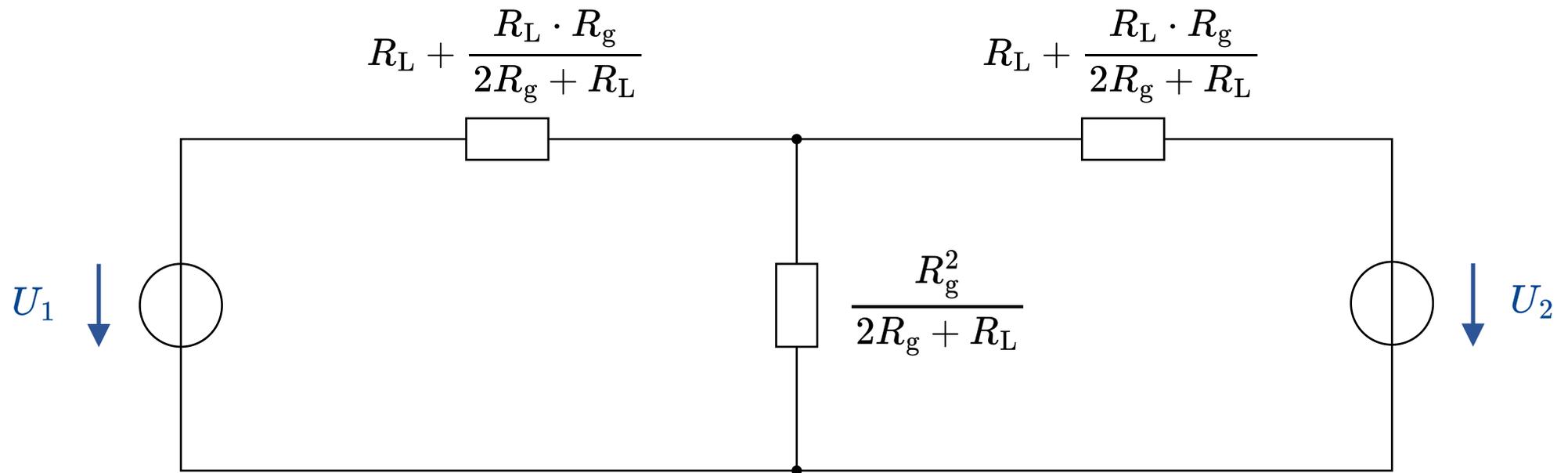


$$R_1 = \frac{R_L \cdot R_g}{2R_g + R_L}$$

$$R_2 = R_1$$

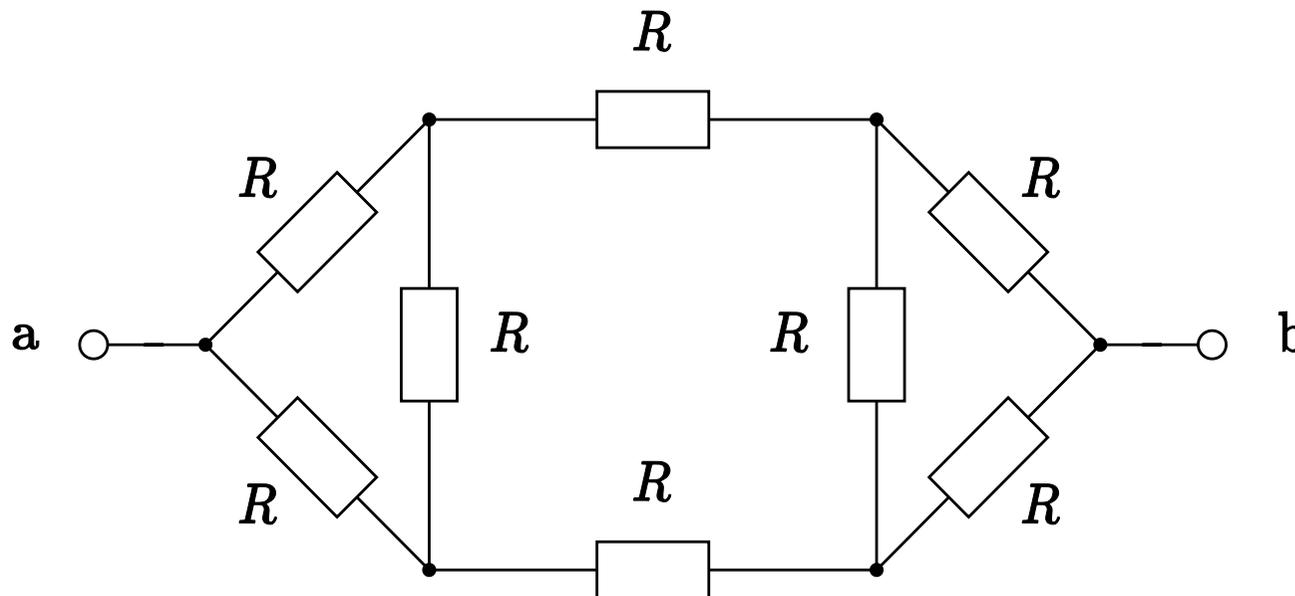
$$R_3 = \frac{R_g^2}{2R_g + R_L}$$

Beispiel: Zwei Spannungsquellen an einem Kettenleiter II

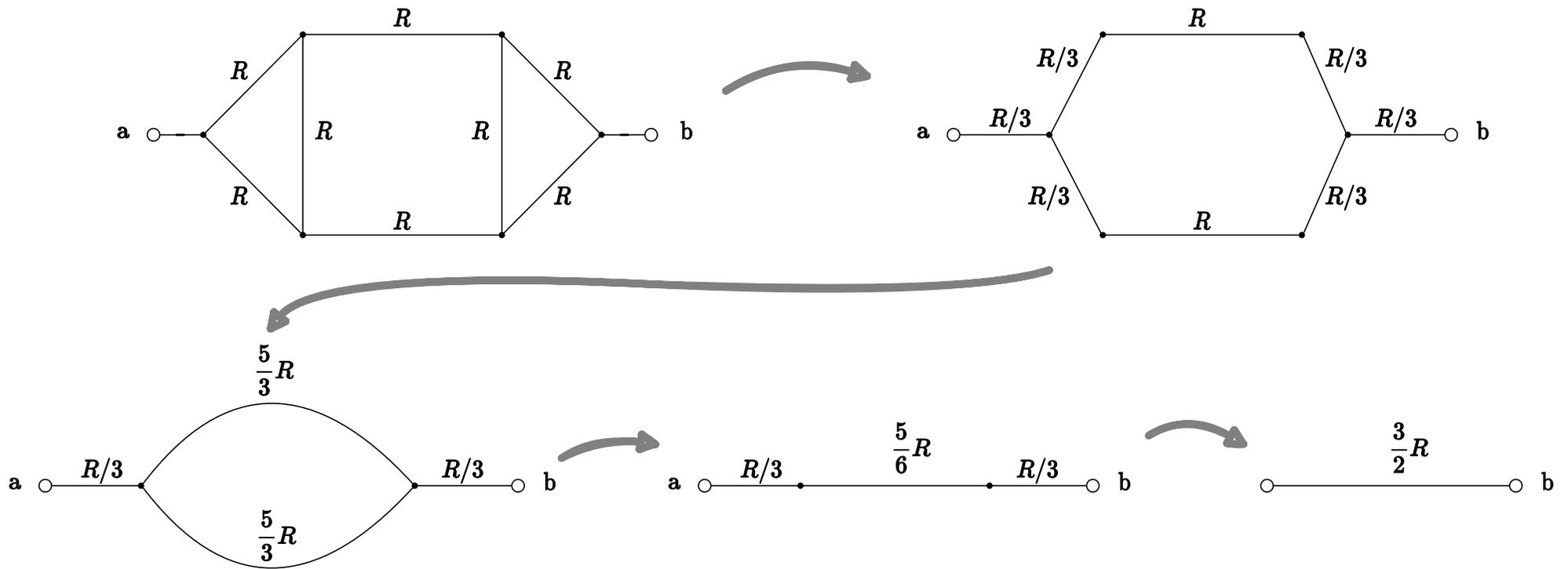


Vereinfachung mit Hilfe eines Netzwerkgraphen I

- Umwandlung des Widerstandsnetzwerkes in Netzwerkgraphen
- Kanten des Grafen beschreiben die Widerstände
- Vereinfachung bzw. Zusammenfassen der Kanten (Serien-/Parallelschaltung bzw. Stern-Dreieck-Transformation)

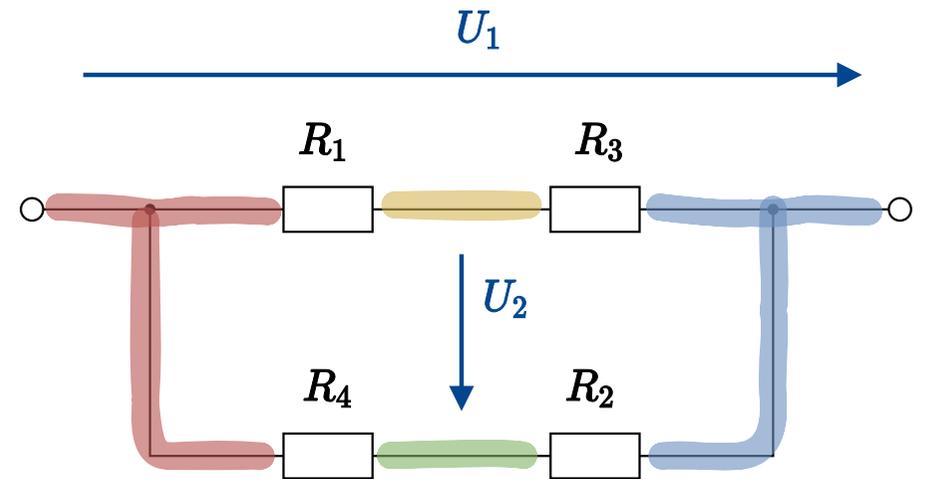
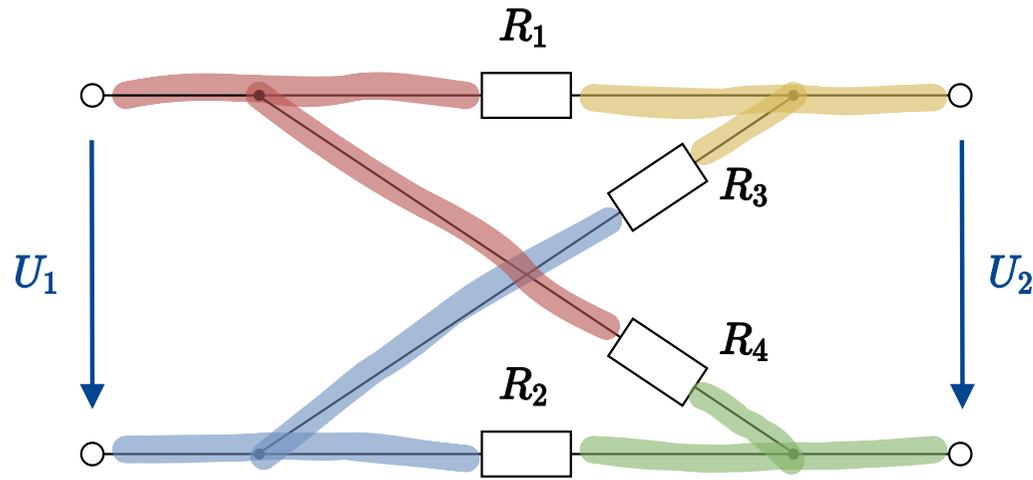


Vereinfachung mit Hilfe eines Netzwerkgraphen II



Entflechten überkreuzter Netzwerkelemente

Farbliche Markierung von Punkten gleichen Potentials hilft bei der Entflechtung von Netzwerkelementen



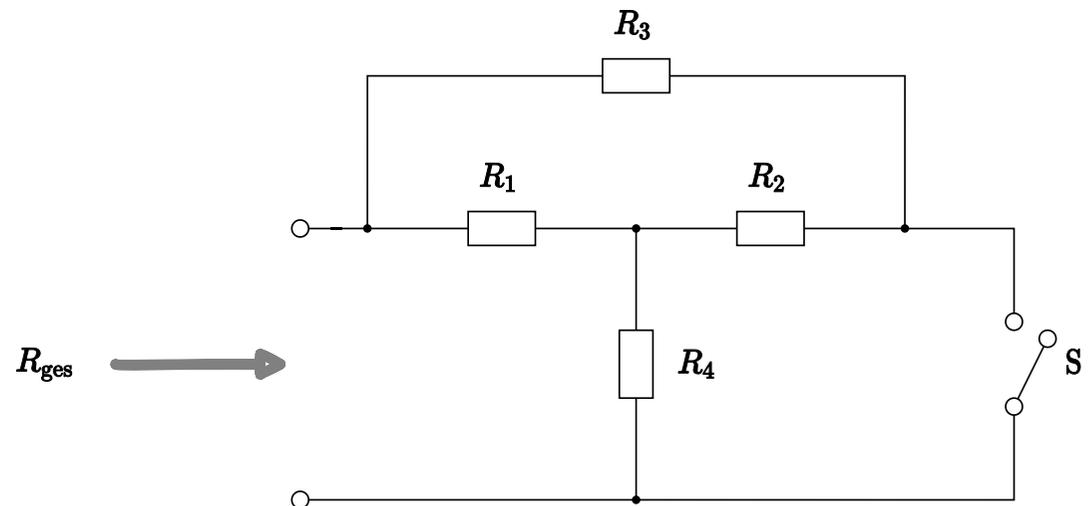
Finden von Serien- und Parallelwiderständen I

Farbliche Markierung der Potentiale hilft Serien- und Parallelschaltung von Widerständen zu finden

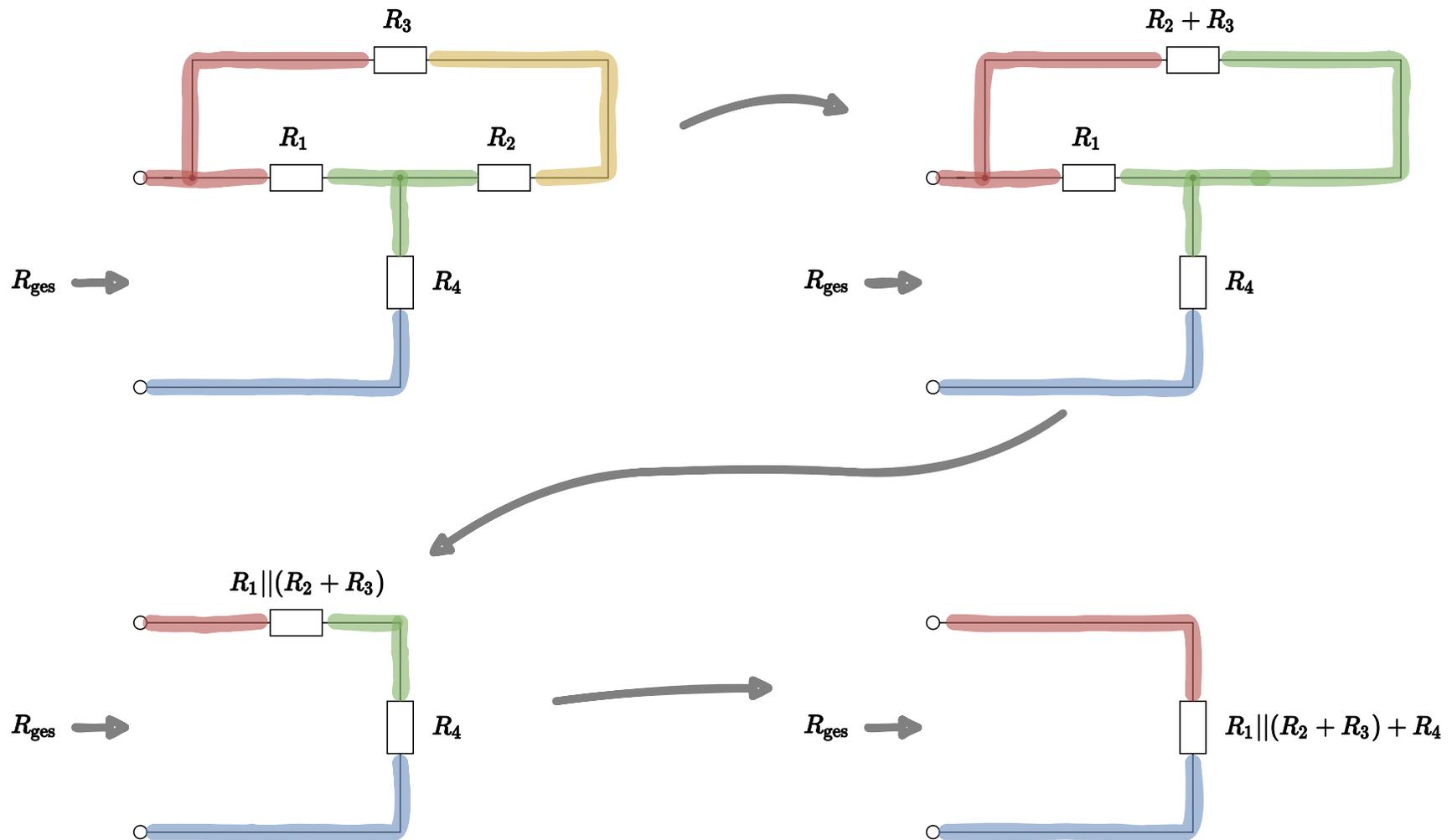
- Genau zwei Widerstände an *einer Farbe* sind in Serie
- Zwei Widerstände an *jeweils den gleichen Farben* sind parallel

Beispiel: Berechnung des Gesamtwiderstandes R für

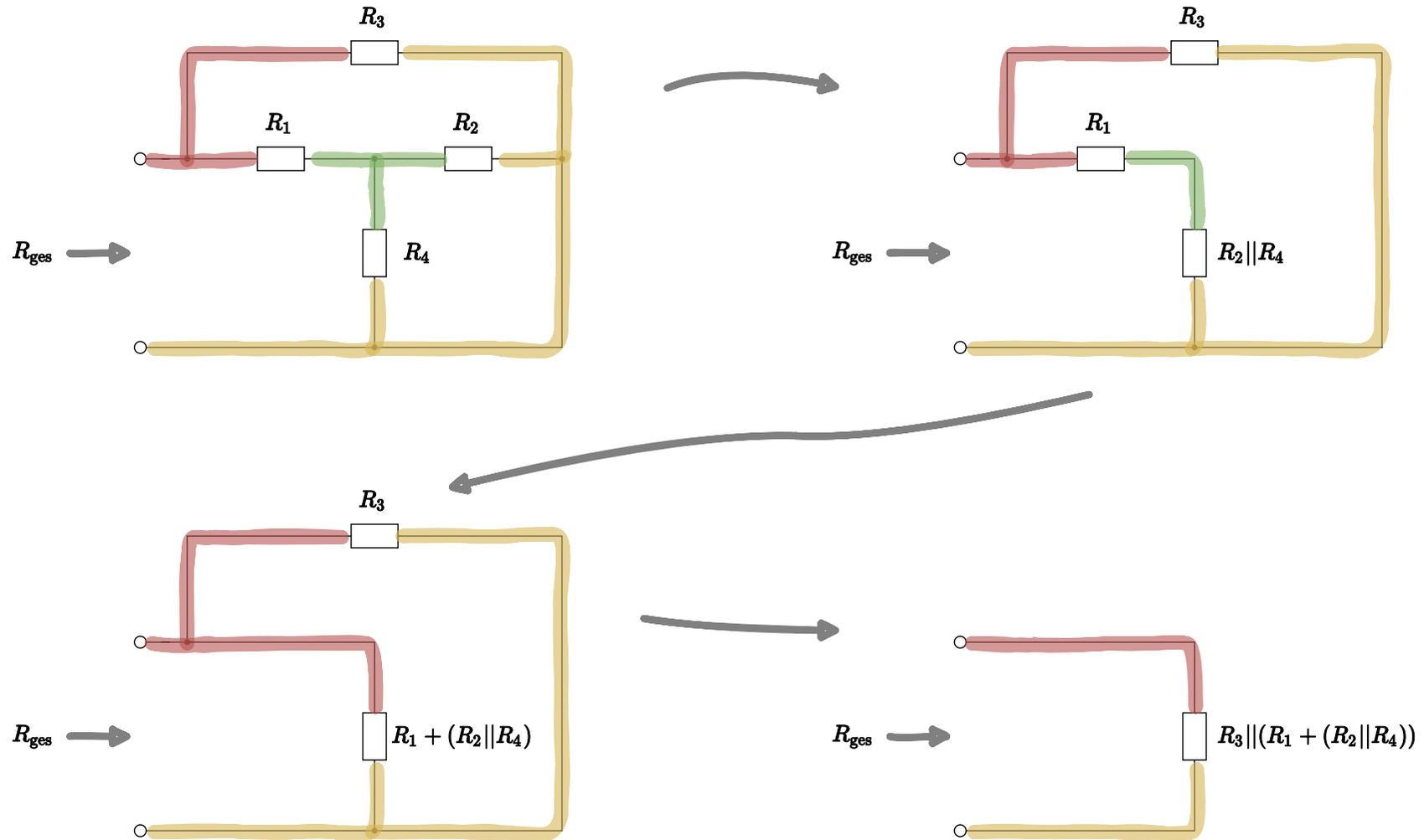
- Schalter offen
- Schalter geschlossen



Finden von Serien- und Parallelwiderständen II



Finden von Serien- und Parallelwiderständen III



Überlagerungsmethode

Berechnung von Netzwerken mit mehreren Quellen

Problem: Berechnung von Netzwerken mit mehreren Quellen oft nicht einfach durchführbar

Beispiel: Einfaches T-Netzwerk mit zwei Spannungsquellen

Gesucht: Strom I_3

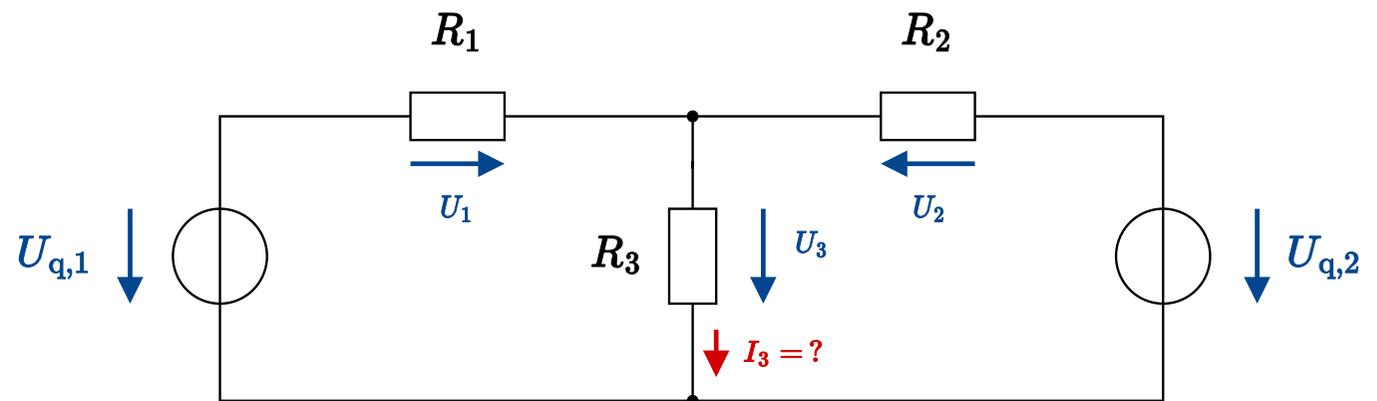
Anwendung der Taktiken *Zusammenfassen von Komponenten* oder *Strom-/Spannungsteiler* nicht möglich

Aufstellen und Lösen der Kirchhoff'schen Gleichungen sehr aufwendig

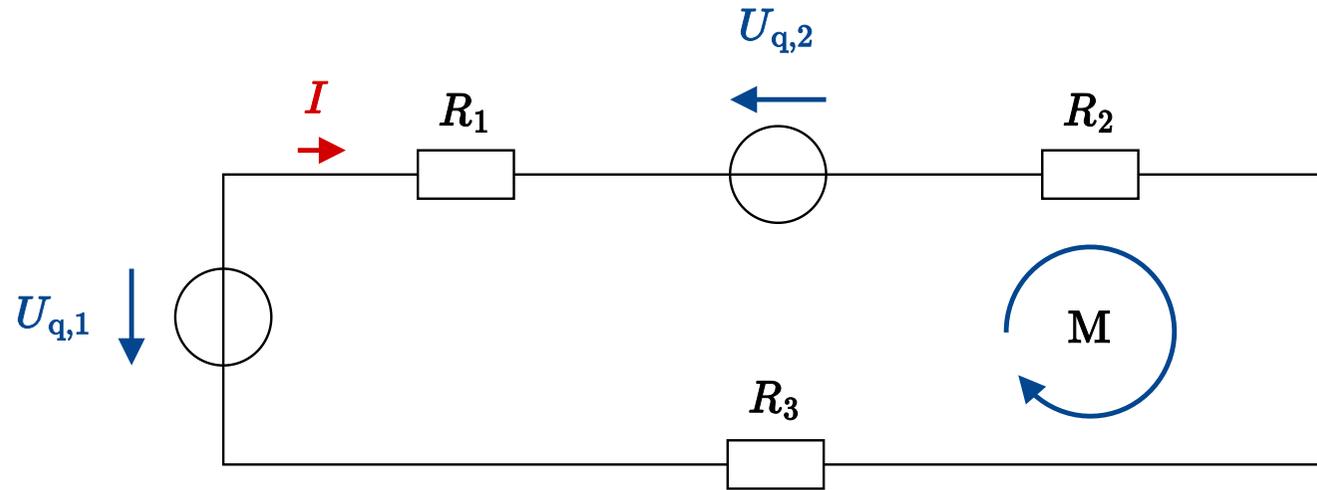
$$U_{q,1} = U_1 + U_3$$

$$U_{q,2} = U_2 + U_3$$

$$I_3 = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2}$$



Beispiel: Einfaches Netzwerk mit zwei Spannungsquellen I



Aufstellen der Maschengleichung

$$-U_{q,1} + R_1 \cdot I - U_{q,2} + R_2 \cdot I + R_3 \cdot I = 0$$

Auflösen nach dem Strom

$$I = \frac{U_{q,1} + U_{q,2}}{R_1 + R_2 + R_3} = \underbrace{\frac{U_{q,1}}{R_1 + R_2 + R_3}}_{I_1} + \underbrace{\frac{U_{q,2}}{R_1 + R_2 + R_3}}_{I_2}$$

Beispiel: Einfaches Netzwerk mit zwei Spannungsquellen II

Vorgehen zur Berechnung des Netzwerkes

1. Berechnung des Teilstromes I_1 , d.h. für $U_{q,2} = 0$

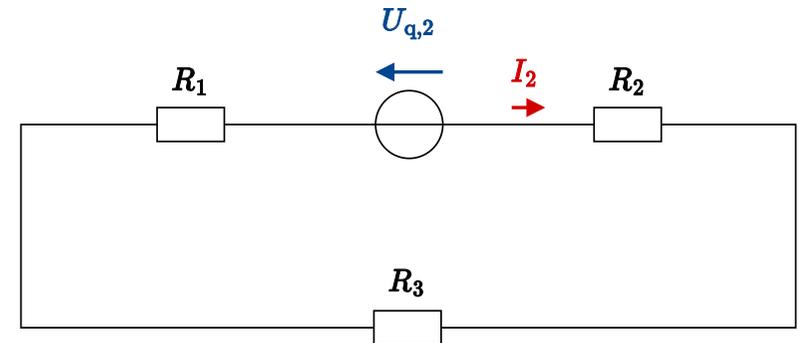
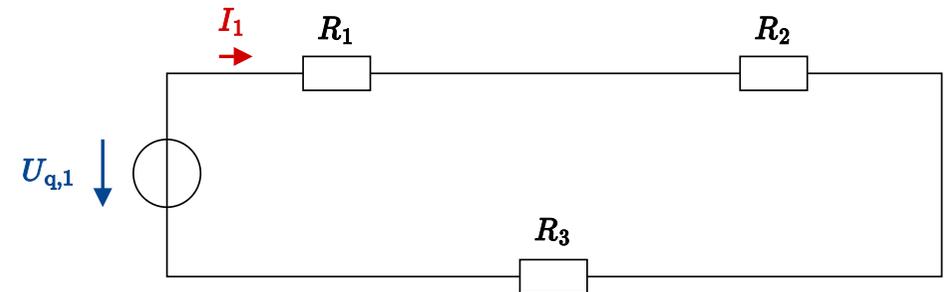
$$I_1 = \frac{U_{q,1}}{R_1 + R_2 + R_3}$$

2. Berechnung des Teilstromes I_2 , d.h. für $U_{q,1} = 0$

$$I_2 = \frac{U_{q,2}}{R_1 + R_2 + R_3}$$

3. Überlagerung der Teilergebnisse zum Gesamtstrom

$$I = I_1 + I_2 = \frac{U_{q,1} + U_{q,2}}{R_1 + R_2 + R_3}$$



Überlagerungsmethode

Gegeben: Netzwerk mit insgesamt N Quellen

1. Zerlegung des Netzwerkes in $k = 1, \dots, N$ Teilnetzwerke

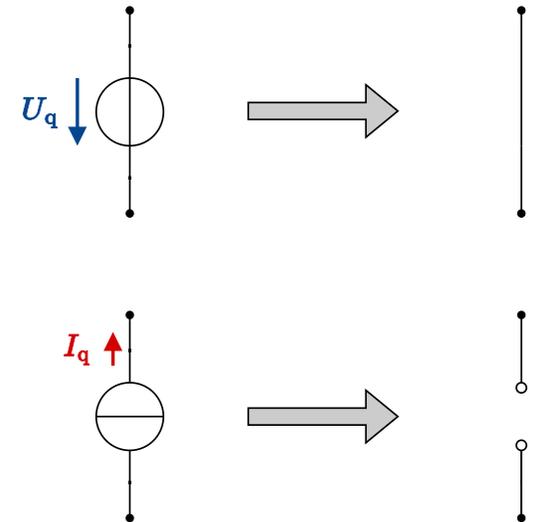
2. In jedem k -ten Teilnetzwerk:

– Zu Null setzen sämtlicher verbleibender Quellen, d.h. $m = 1, \dots, N$ mit $m \neq k$

- Spannungsquellen werden durch Kurzschluss ersetzt
- Stromquellen werden durch Leerlauf ersetzt

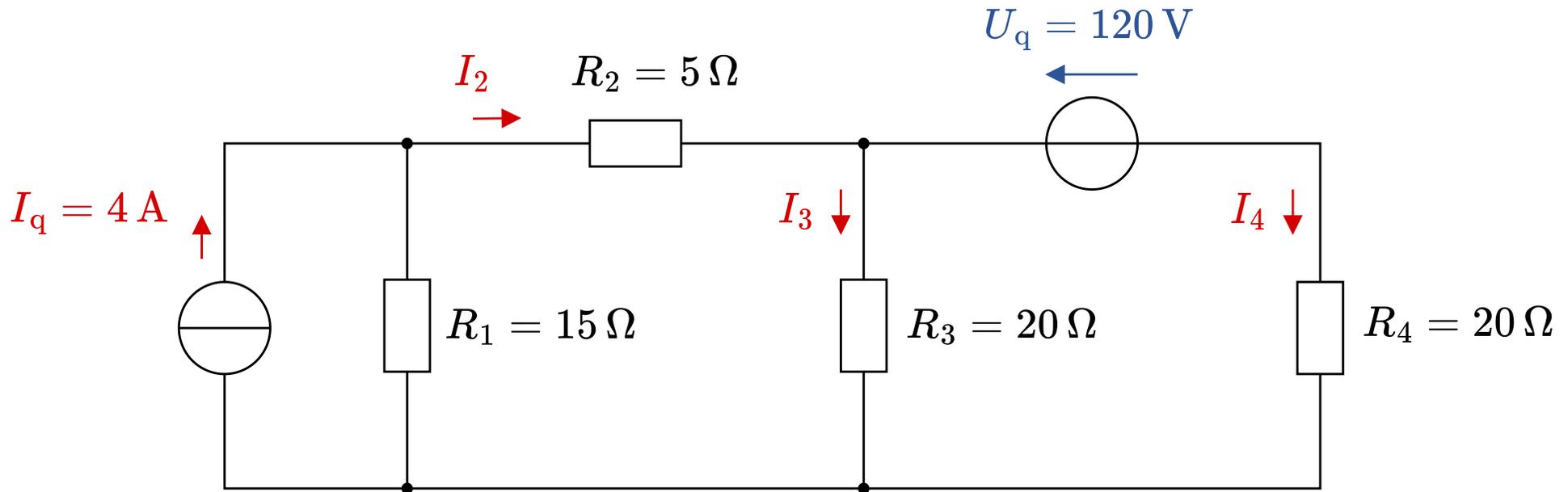
– Berechnung der gesuchten Größen in jedem Teilnetzwerk

3. Überlagerung (d.h. Addition) aller N Ergebnisse der Teilnetzwerke

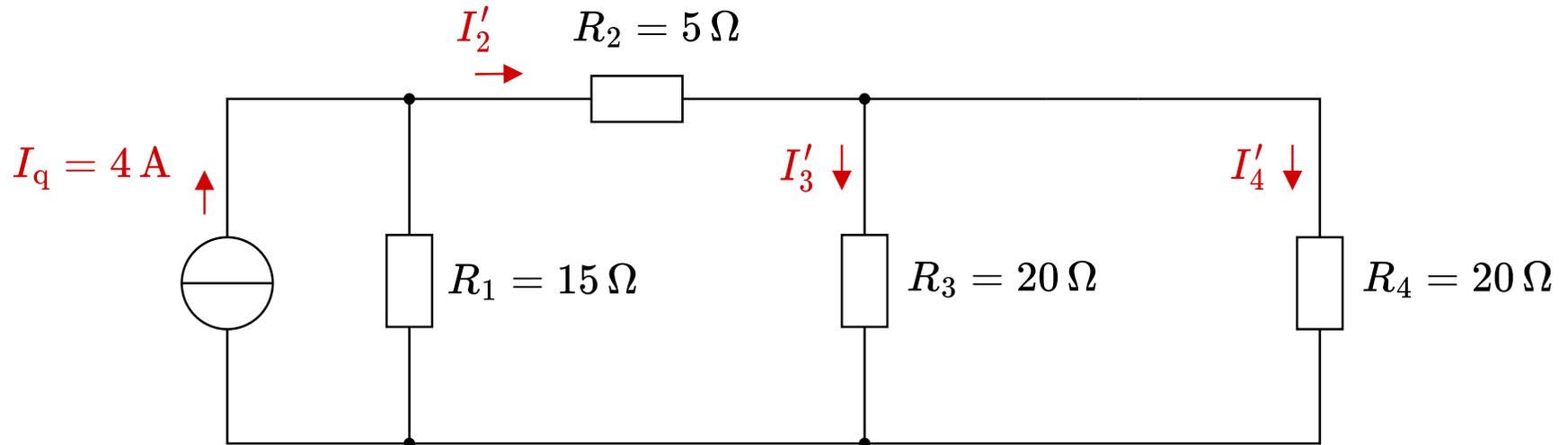


Beispiel zur Überlagerungsmethode

Gesucht: Ströme durch die Widerstände I_1 , I_2 und I_3



Beispiel zur Überlagerungsmethode - Betrachtung der Stromquelle

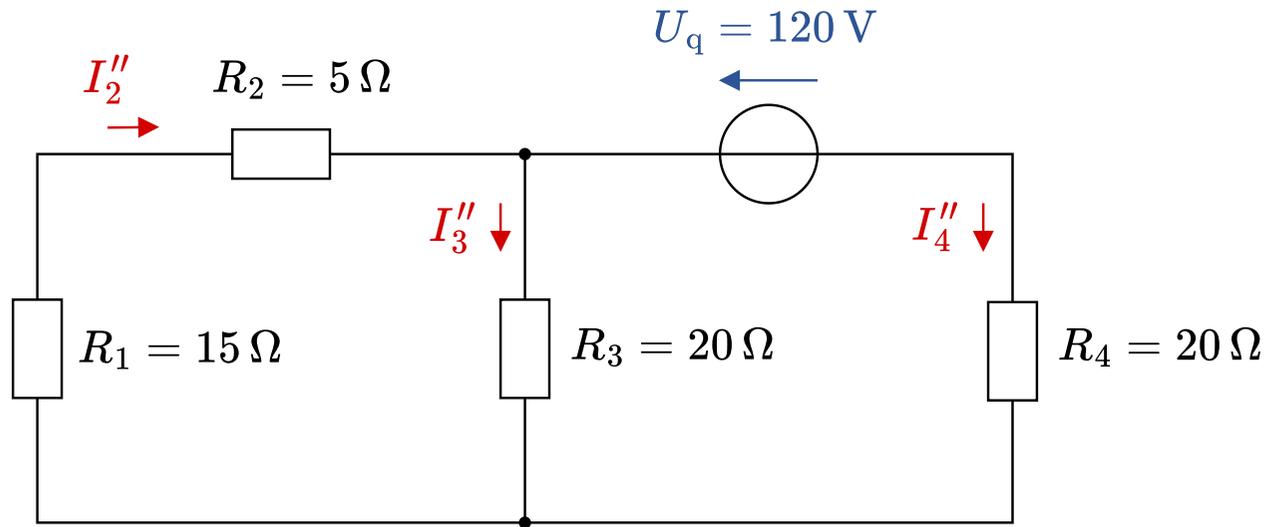


$$I'_2 = I_q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3 || R_4} = 4\text{ A} \cdot \frac{15}{15 + 5 + 10} = 2\text{ A}$$

$$I'_3 = I'_2 \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 2\text{ A} \cdot \frac{20}{20 + 20} = 1\text{ A}$$

$$I'_4 = I'_2 - I'_3 = 1\text{ A}$$

Beispiel zur Überlagerungsmethode - Betrachtung der Spannungsquelle

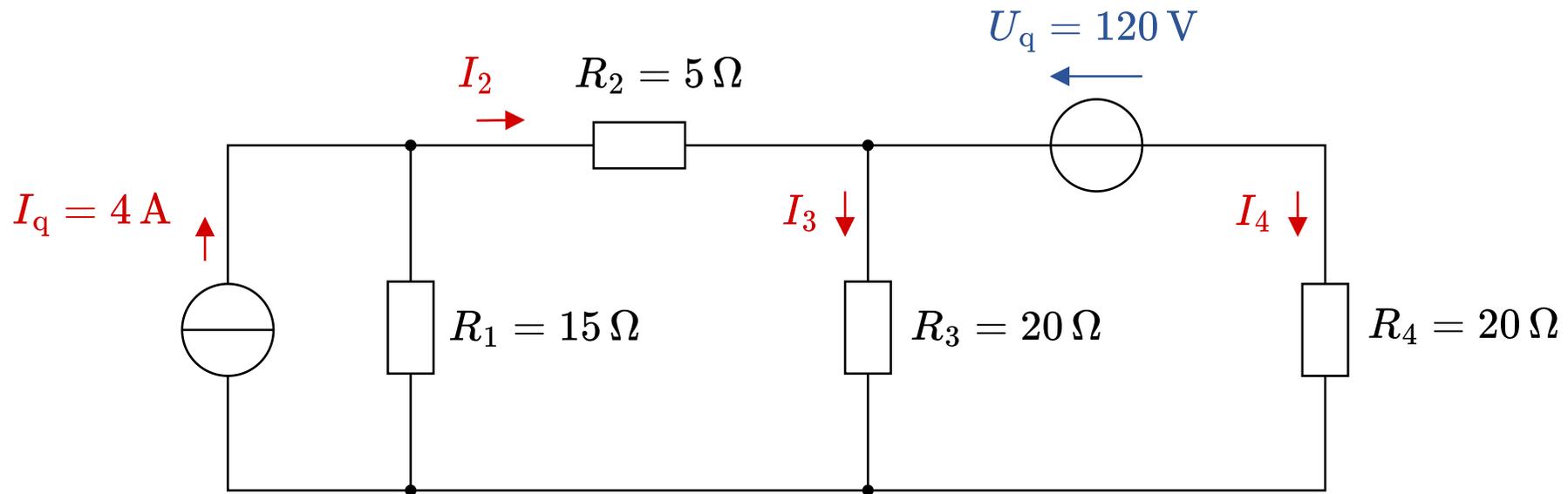


$$I_4'' = \frac{U_q}{R_4 + R_3 \parallel (R_1 + R_2)} = \frac{120 \text{ V}}{20 \Omega + 10 \Omega} = 4 \text{ A}$$

$$I_3'' = \frac{R_4 \cdot I_4'' - U_q}{R_3} = \frac{20 \Omega \cdot 4 \text{ A} - 120 \text{ V}}{20 \Omega} = -2 \text{ A}$$

$$I_2'' = I_3'' + I_4'' = -2 \text{ A} + 4 \text{ A} = 2 \text{ A}$$

Beispiel zur Überlagerungsmethode - Überlagerung der Teilergebnisse



$$I_2 = I_2' + I_2'' = 2\text{ A} + 2\text{ A} = 4\text{ A}$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 1\text{ A} - 2\text{ A} = -1\text{ A}$$

$$I_4 = I_4' + I_4'' = 1\text{ A} + 5\text{ A} = 5\text{ A}$$

Best-Practices zur Überlagerungsmethode

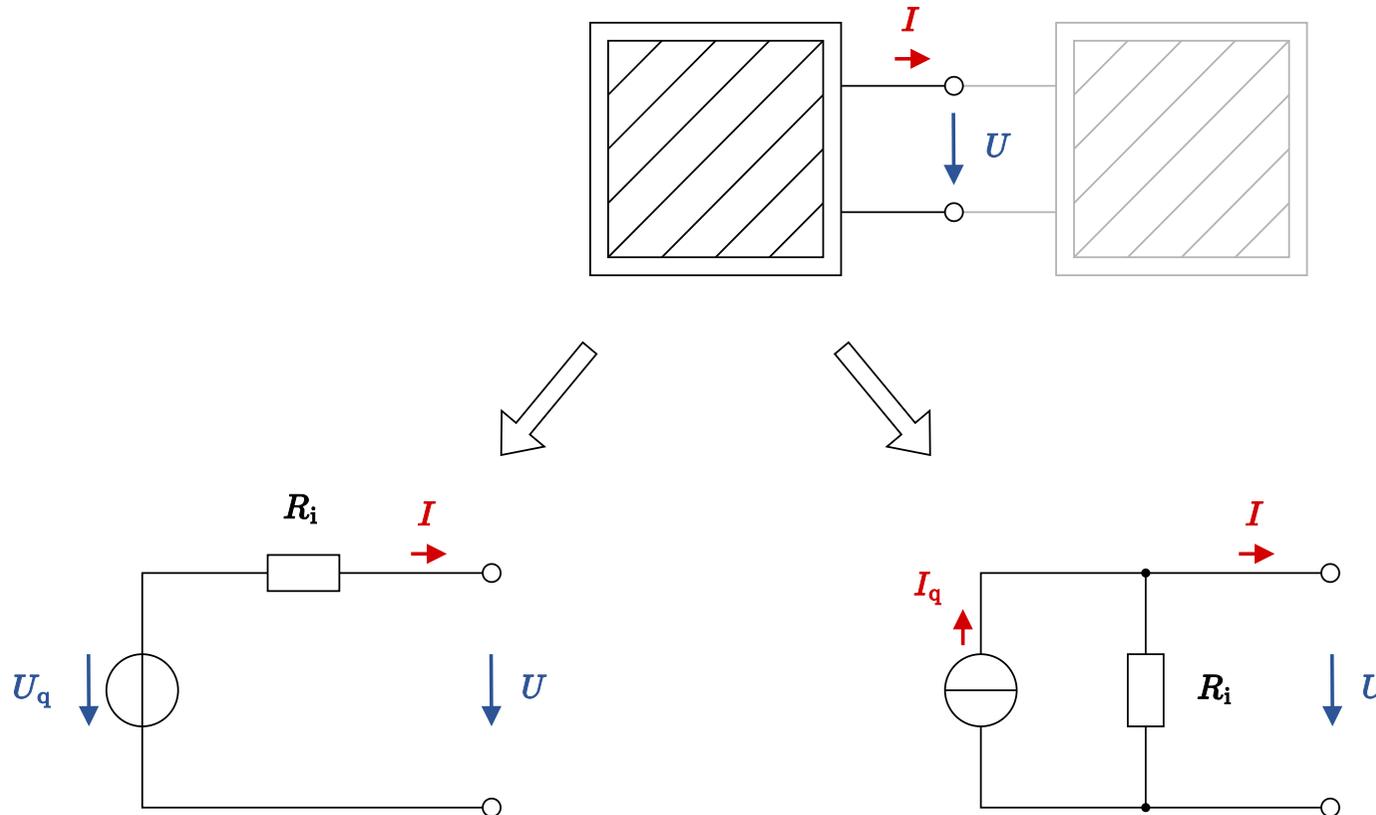
- Anwendung des Überlagerungsverfahrens scheint oft sehr aufwendig
- Einfache Vermeidung des Überlagerungsverfahrens in der Praxis äußerst selten
- Alternative oft viel aufwendiger
 - Aufstellen Kirchhoff'scher Gleichungen
 - Lösen des resultierenden Gleichungssystems
- Vorteil des Überlagerungsverfahrens: Teilnetzwerke oft einfach berechenbar
- Anfertigen einer Skizze für jedes Teilnetzwerk ist immer hilfreich

Aktive-Zweipol-Methode

Ersatzquellen für lineare Zweipole

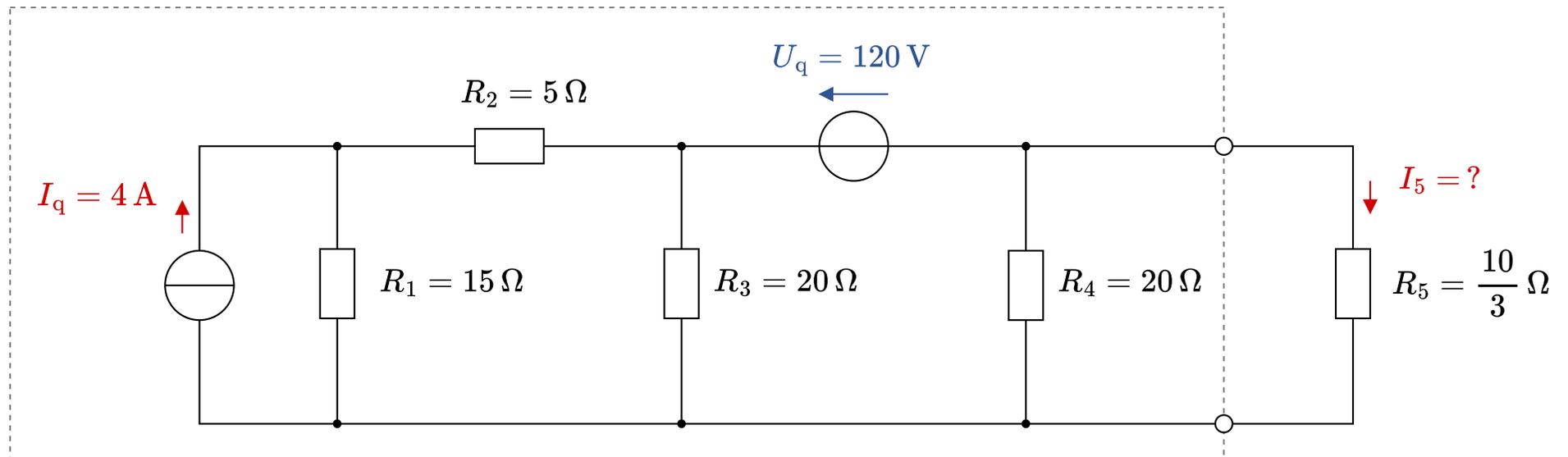
Untersuchung eines isolierten Teils in einem elektrischen Netzwerk

Umwandlung des isolierten Teils in äquivalente Ersatzquelle nach Norton- bzw. Thevenin-Theorem

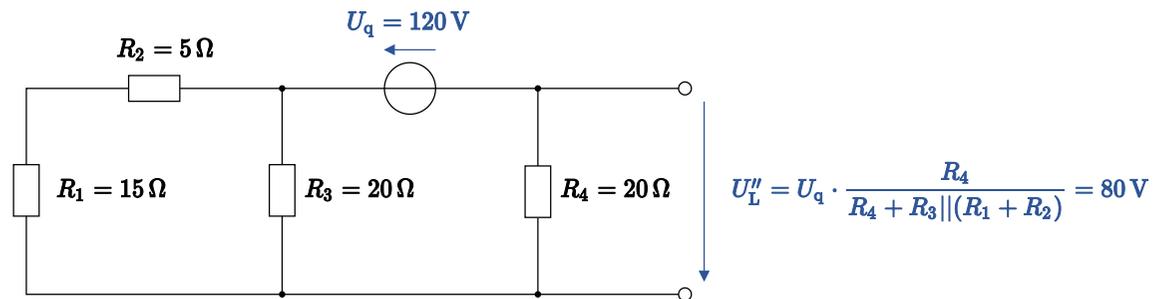
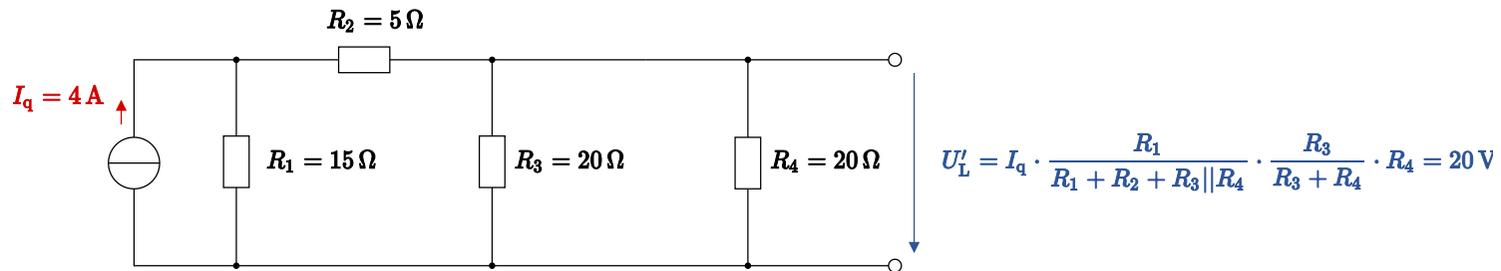
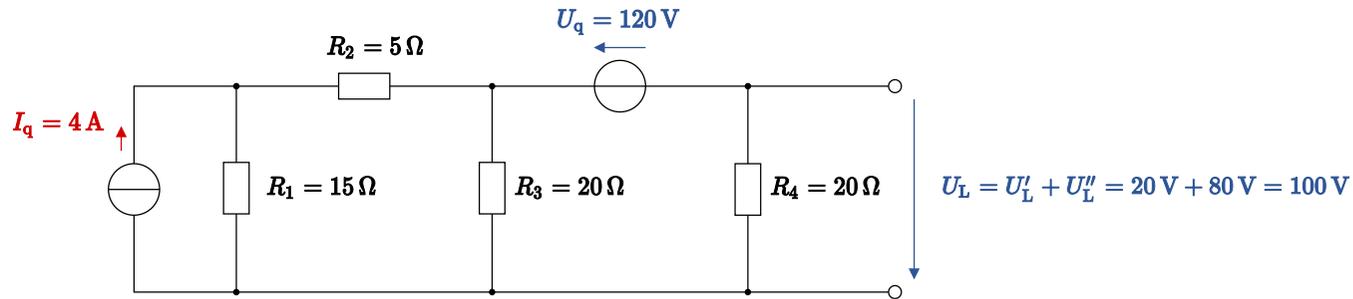


Beispiel: Berechnung von Ersatzquellen mit Überlagerungsverfahren

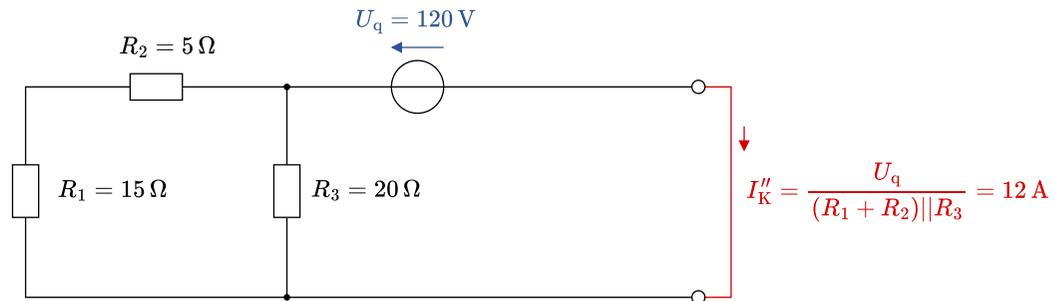
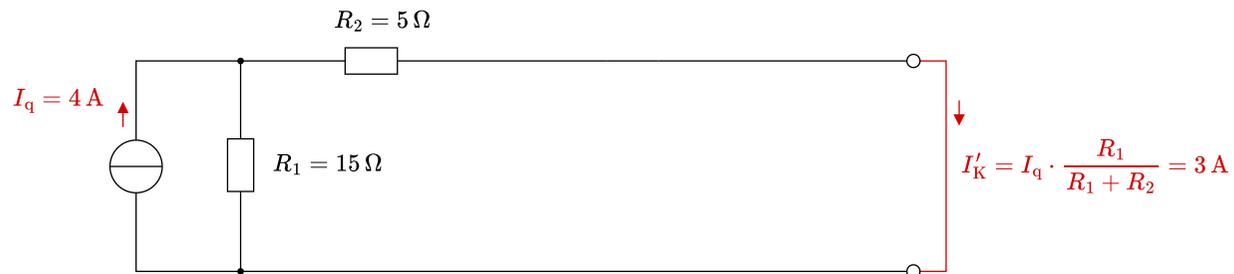
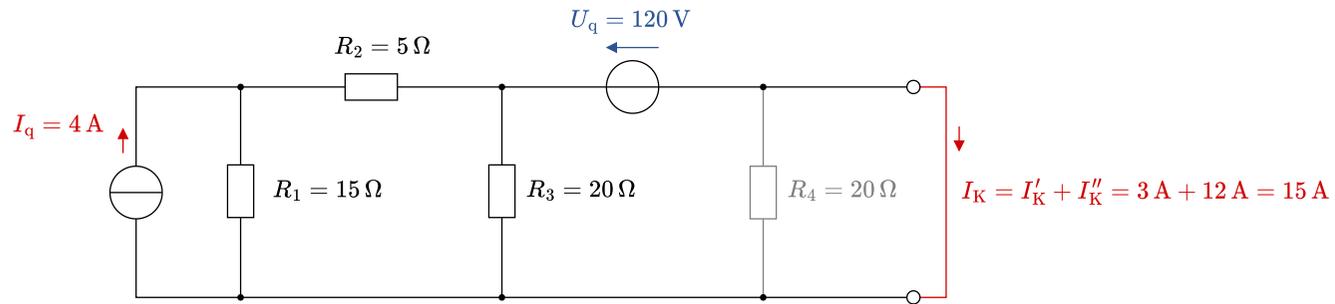
Gesucht: Strom durch den Widerstand $R_5 = \frac{10}{3} \Omega$



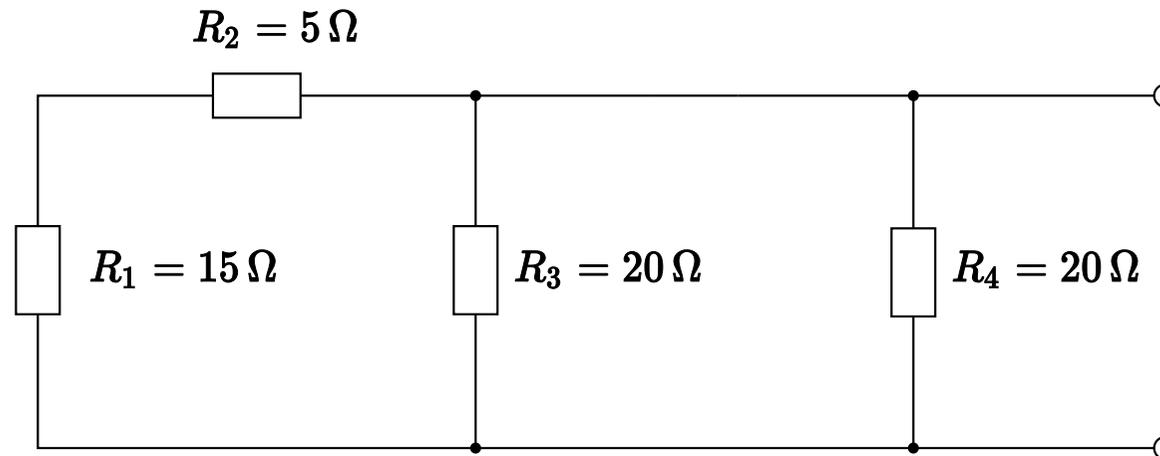
Berechnung der Leerlaufspannung



Berechnung des Kurzschlussstromes



Berechnung des Innenwiderstandes



Widerstand zwischen den beiden Anschlussklemmen

$$R_i = (R_1 + R_2) \parallel R_3 \parallel R_4 = \frac{20}{3} \Omega$$

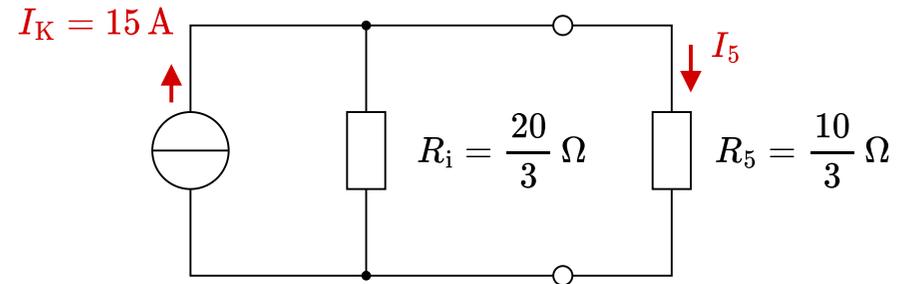
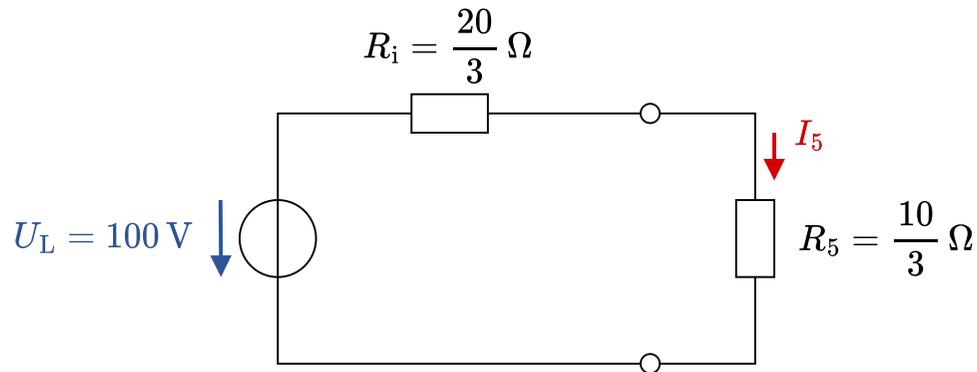
Probe zur Berechnung des Innenwiderstandes

$$R_i = \frac{U_L}{I_K} = \frac{100 \text{ V}}{15 \text{ A}} = \frac{20}{3} \Omega$$

Zwei Möglichkeiten zur Berechnung des gesuchten Stromes

Verwendung einer linearen Spannungs- bzw. Stromquelle je nach Fragestellung

Weitere Analysen, wie z.B. Leistungsanpassung möglich



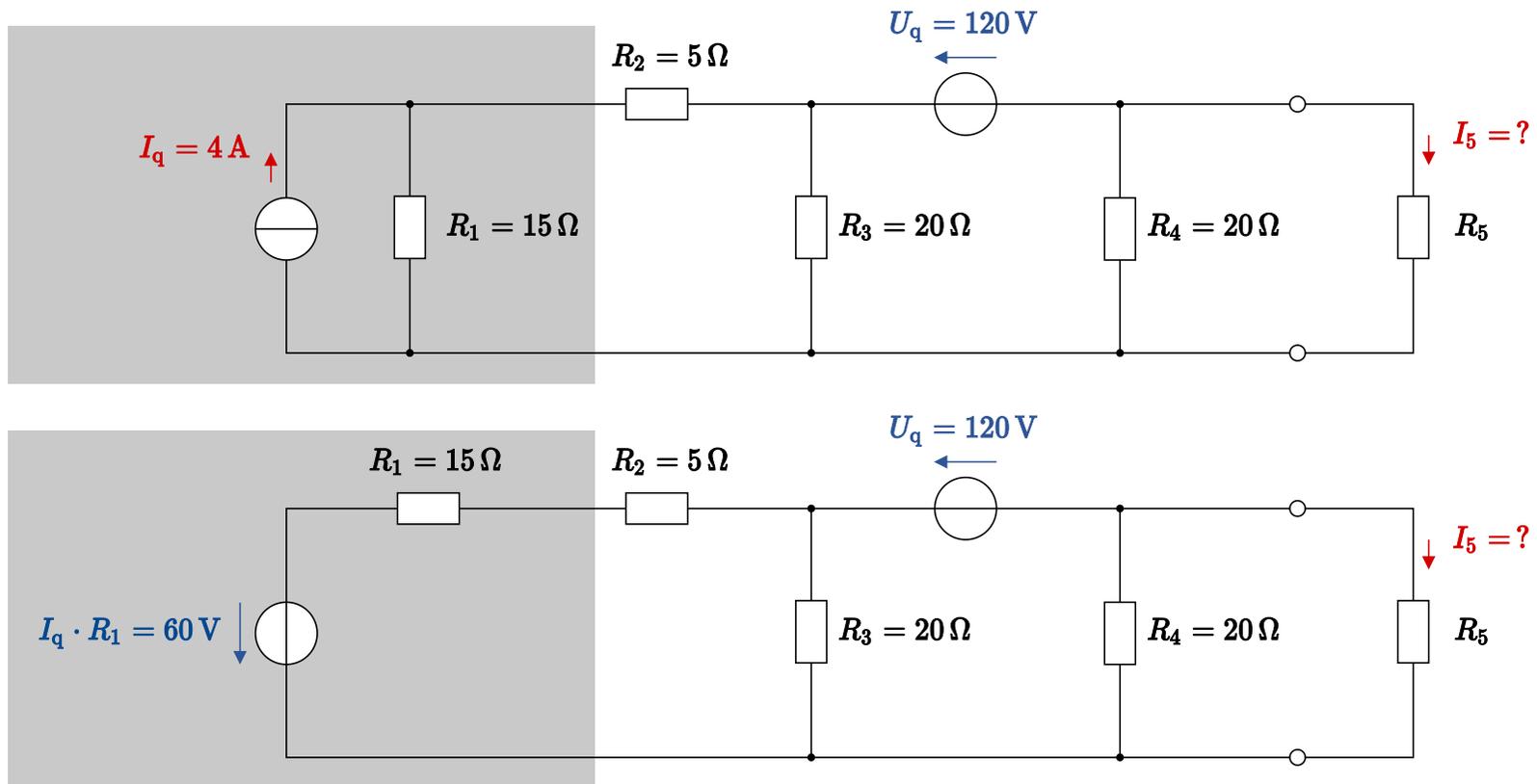
$$1. \quad I_5 = \frac{U_L}{R_i + R_5} = \frac{100 \text{ V}}{10 \Omega} = 10 \text{ A}$$

$$2. \quad I_5 = I_K \cdot \frac{R_i}{R_i + R_5} = 15 \text{ A} \cdot \frac{20/3}{20/3 + 10/3} = 15 \text{ A} \cdot \frac{2}{3} = 10 \text{ A}$$

Sukzessives Zusammenfassen von Ersatzquellen I

Weitere Möglichkeit zur Berechnung der Ersatzquellen über sukzessives Umrechnen der vorhandenen Quellen

1. Schritt: Umrechnen der Stromquelle I_q in äquivalente Spannungsquelle

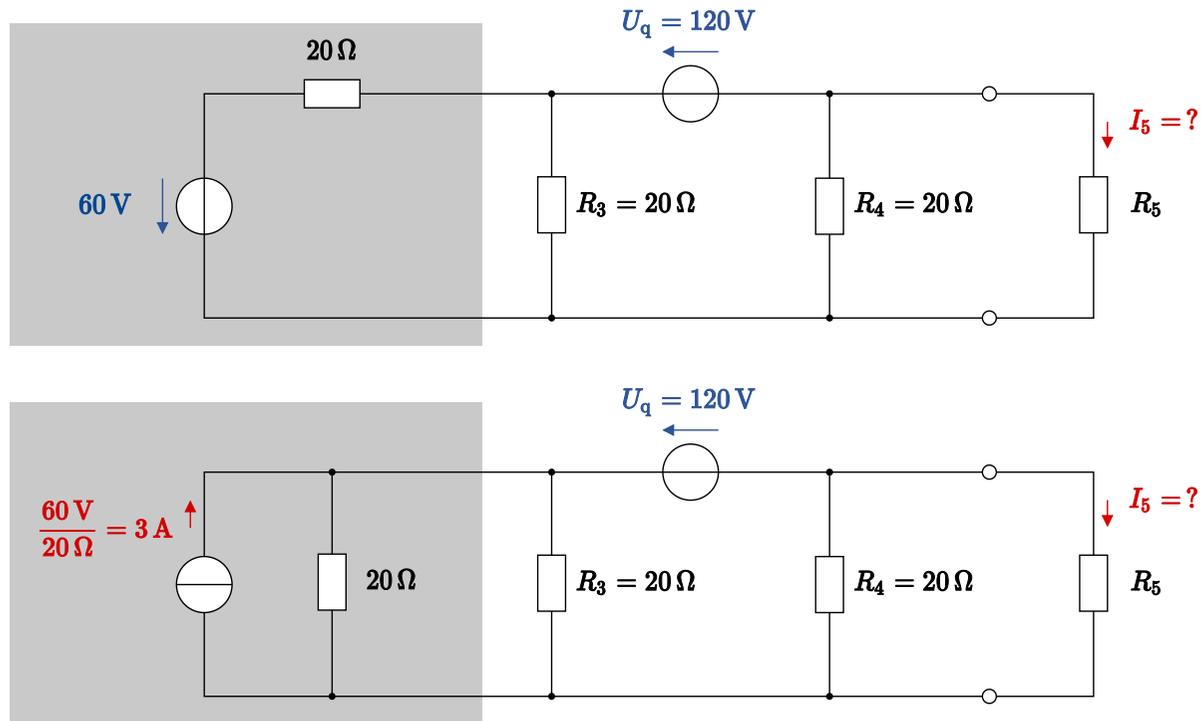


Sukzessives Zusammenfassen von Ersatzquellen II

Weitere Möglichkeit zur Berechnung der Ersatzquellen über sukzessives Umrechnen der vorhandenen Quellen

2. Schritt: Zusammenfassen der Serienwiderstände

3. Schritt: Umrechnen der linearen Spannungsquelle in äquivalente Stromquelle

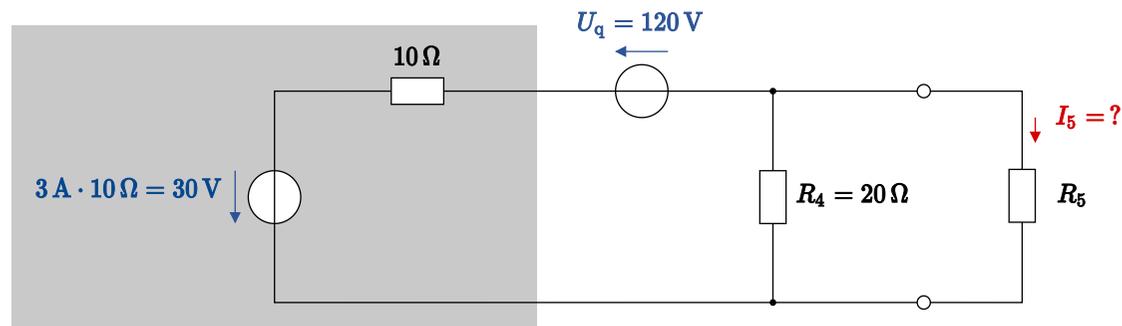
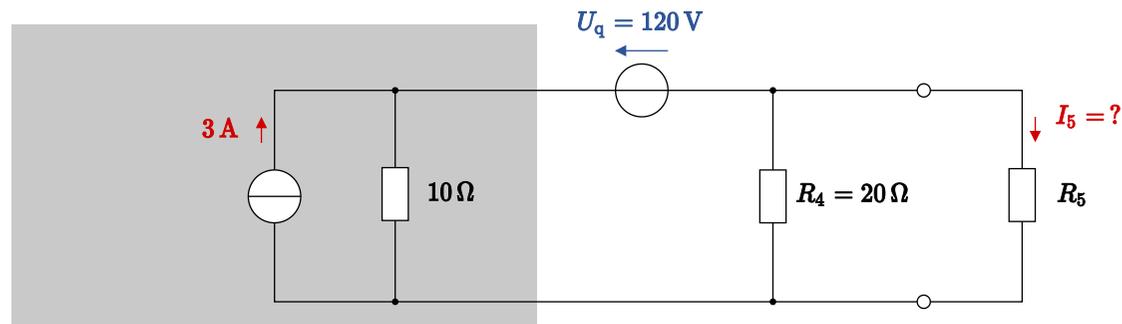


Sukzessives Zusammenfassen von Ersatzquellen III

Weitere Möglichkeit zur Berechnung der Ersatzquellen über sukzessives Umrechnen der vorhandenen Quellen

4. Schritt: Zusammenfassen der Parallelwiderstände

5. Schritt: Umrechnen der linearen Stromquelle in äquivalente Spannungsquelle

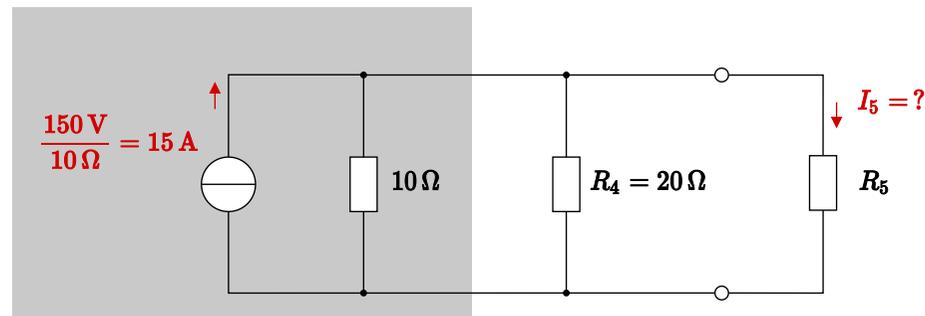
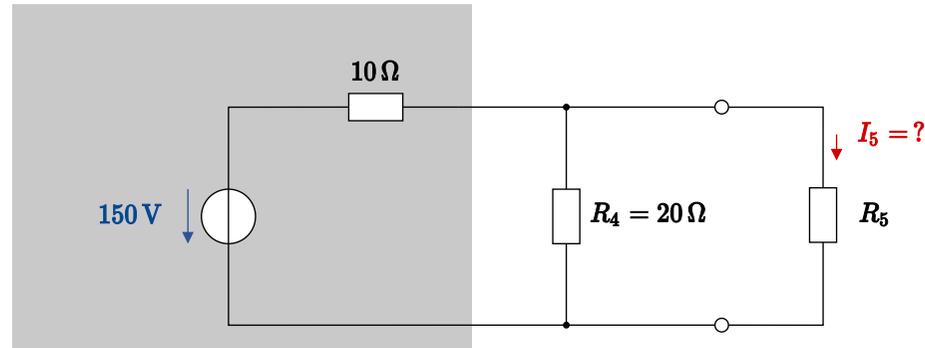


Sukzessives Zusammenfassen von Ersatzquellen IV

Weitere Möglichkeit zur Berechnung der Ersatzquellen über sukzessives Umrechnen der vorhandenen Quellen

6. Schritt: Zusammenfassen der Spannungsquellen

7. Schritt: Umrechnen der linearen Spannungsquelle in äquivalente Stromquelle



Sukzessives Zusammenfassen von Ersatzquellen V

Weitere Möglichkeit zur Berechnung der Ersatzquellen über sukzessives Umrechnen der vorhandenen Quellen

8. Schritt: Zusammenfassen der Parallelwiderstände

9. Schritt (optional): Umrechnen der linearen Stromquelle in lineare Spannungsquelle

